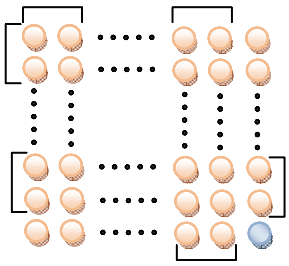
Diese Aussagen können Sie an Beispielen entdecken und auch ikonisch oder symbolisch beweisen, was z.B. für u·u = u so aussehen kann: Für einen ikonischen Beweis benötigen Sie eine ikonische Darstellung für eine allgemeine ungerade Zahl:

Wenn man zwei ungerade Zahlen multipliziert, sieht das dann so aus:



und man erkennt sofort, warum das Ergebnis auch wieder ungerade ist. In diesem Bild findet man bereits alle Ingredienzien für den symbolischen Beweis:

$$(2n+1)(2m+1) = 4mn+2m+2n+1 = 2\cdot(2mn+m+n)+1 = 2k+1$$

In so einer Schreibweise kann man auch erkennen, dass die wichtigsten Gesetze, mit denen man bei den natürlichen Zahlen „gerechnet" hat, weiterhin gelten: Die Addition und Multiplikation ist z.B. weiterhin kommutativ und assoziativ.

Erkundung 6.2: Untersuchen Sie, ob man auch mit der „Teilbarkeit durch Drei" addieren und multiplizieren kann. Sie können dazu mit den folgenden Schreibweisen arbeiten:

d = durch drei teilbare Zahl
n = nicht durch drei teilbare Zahl

- Auf welche Schwierigkeiten stoßen Sie?
- Wie können Sie sie auflösen?

Sicherlich haben Sie schnell gesehen: d+d=d und konnten dies auch beweisen. Auch d+n=n hat wohl keine Schwierigkeiten bereitet. Problematisch wurde es aber z.B. bei n+n, das konnte n aber auch d ergeben: 2+5=7, 4+5=9.

+	d	n
d	d	n
n	n	**n/d**

·	d	n
d	d	d
n	d	n