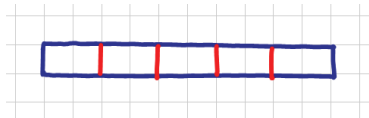


Kann man 7 durch 4 teilen? Aber klar! $7:4 = 1,75$. Oder $7:4 = 1$ Rest 3. Die Definition war also unpräzise, sie traf nicht, was wir meinten. Sie war auch unpraktisch, denn mit ihr ist jede Zahl Teiler einer anderen Zahl. Teiler zu sein, ist nichts Besonderes mehr und man bräuchte diese Definition gar nicht mehr. Daher ein zweiter Versuch:

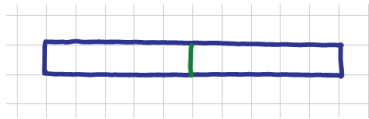
Definitionsversuch: Wenn man eine natürliche Zahl a durch eine natürliche Zahl b ohne Rest teilen kann, so ist b ein Teiler von a .

Ist denn dann 0 ein Teiler von 1? Ist 0 ein Teiler von 0? Ist 1 ein Teiler von 0? Was es heißt, „ohne Rest teilen“ zu können, ist offensichtlich noch zu ungenau. Das kann man vielleicht sagen, wenn man das Teilen konkret darstellt, wie es diese beiden Kinder getan haben:

Hier wird die 10 auf 5 gleiche Teile verteilt.



Man kann sich auch vorstellen, dass die 10 in 5er-Blöcke aufgeteilt wird:



Es gibt offensichtlich *zwei* Vorstellungen von „Teilen“. Beide würden auch funktionieren, wenn man danach fragt, ob 1 ein Teiler von 10 ist: Man kann jede Zahl *in Einer aufteilen* bzw. *auf ein Stück verteilen* (also eigentlich gar nicht verteilen). Was aber genau bedeutet *Aufteilen* und *Verteilen*, wenn man mit der Null arbeitet? Das bringt Schwierigkeiten. Kann man 0 verteilen oder aufteilen? Kann man ein Ganzes in 0 Teile *auf-* oder *verteilen*?

Erkundung 4.4: Befassen Sie sich mit den folgenden Fragen. Begründen Sie verbal oder durch das Zeichnen von passenden Bildern:

- Ist 0 ein Teiler von 5?
- Ist 5 ein Teiler von 0?
- Ist 0 ein Teiler von 0?

Vielleicht sind Sie zu einer befriedigenden Lösung gekommen, wahrscheinlicher ist aber, dass Sie nicht ganz zufrieden sind mit „anschaulichen“ Erklärungen für die Frage, wie man mit der 0 umgehen soll. Hier gibt es nun (zumindest) zwei Möglichkeiten: Wir sind frustriert, schließen ab sofort die Null einfach aus und formulieren die Definition nur für natürliche Zahlen größer als Null $\mathbb{N} \setminus \{0\} = \{1, 2, 3, \dots\}$. Eigentlich ist das aber feige! Der ungarische Mathematiker und Philosoph Imre Lakatos (1922–1974) nennt so ein Verhalten „Monsterabwehr“: Was wir nicht beherrschen, schließen wir als Sonderfall aus. So etwas passiert in jeder guten Familie, will sagen: auch in der hehren Wissenschaft.

