

Apps for Understanding – Verstehensförderndes Wiederholen mit digitalen Werkzeugen zur Problemlöseunterstützung

Timo Leuders

Im Mathematikunterricht ist es selbstverständlich geworden, das Verstehen von Konzepten mit Visualisierungen zu unterstützen. Allerdings wird eine solche visuelle Verstehensunterstützung oft zu schnell durch formalere Arbeitsweisen verdrängt, obwohl sie für viele Lernende länger und durchgehender nützlich und nötig wäre (Prediger 2009).

Dies gilt nicht nur bei gedruckten Visualisierungen oder haptischen strukturierten Materialien (Geobrett, Stellenwerttafel usw.). Es gibt auch gute Gründe für die Nutzung digitaler Formate (Leuders, 2019): Während Schülerinnen und Schüler beispielsweise Bruchbilder oder Prozentstreifen noch schnell skizzieren können, lassen sich komplexere Darstellungen als heuristische Werkzeuge nicht mehr so einfach mit Papier und Bleistift erzeugen. Digitale Formate können hier mehr, denn sie können nicht nur statische Visualisierungen erzeugen, sondern dynamisch und interaktiv mit der jeweiligen mathematischen Situation arbeiten lassen und so das Problemlösen heuristisch unterstützen.

Verstehen mit Apps

Dynamische heuristische Visualisierungen (oder prägnanter: „Verstehens-Apps“), wie sie hier exemplarisch vorgestellt und in der beiliegenden MatheWelt im Rahmen einer Wiederholungseinheit zum exponentiellen Wachstum eingesetzt werden, haben **einige wesentliche** Eigenschaften: Als spezifische Werkzeuge zielen sie auf Verstehensorientierung und kognitive Aktivierung ab und ermöglichen dynamisches Lernen:

Apps zur Verstehensunterstützung beim Problemlösen

- stellen ein zentrales mathematisches Konzept visuell prägnant dar, indem sie auf die Verstehenselemente fokussieren (*Verstehensorientierung*)
- nehmen den Lernenden nicht das Rechnen und Denken ab, sondern fordern es durch die Interaktion heraus (*kognitive Aktivierung*)
- dienen als heuristisches Werkzeug für die Bearbeitung der zentralen Aufgabentypen (*Spezifisches Werkzeug*)
- entlasten von aufwändigem Zeichnen und erlauben damit ein intensiveres und variierendes Durcharbeiten (*Dynamisches Lernen*)

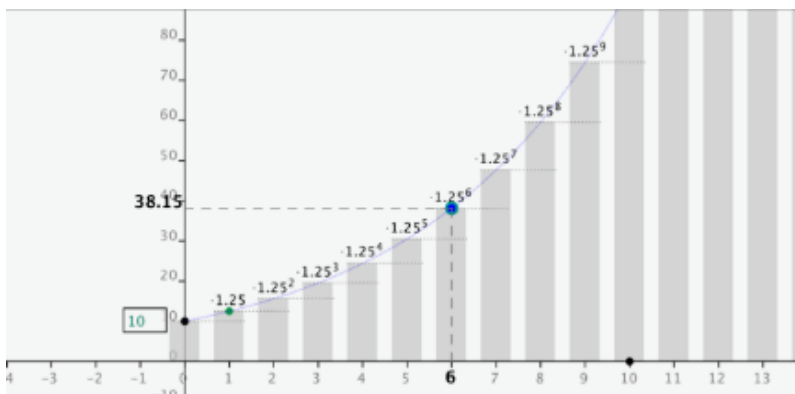
Eine idealtypische Verwendung einer derartigen Verstehens-App im Zusammenhang mit einer konkreten Aufgabe kann etwa wie folgt aussehen (natürlich kann man die Schritte auch implizit oder reduziert gehen).

1. *Problem verstehen*: Die Situation der Aufgabe wird mit der App hergestellt. Die verschiedenen Elemente werden erklärt (ggf. ein Ergebnis ausdrucken und zur Lösung dazulegen).
2. *Ansatz finden*: Welcher Ansatz wird verfolgt:

- mit der App
 - mit (symbolischen) mathematischen Mitteln wie Rechnungen, Terme, Gleichungen,
3. *Durchführen*: Operieren in der App (oder formales Berechnen einer Lösung zum gewählten Ansatz).
 4. *Erklären*: Das Ergebnis wird an der App (oder an einem Ausdruck) erklärt.
 5. *Kontrollieren*: Liefert die App eine exakte Lösung? Oder ist es eine näherungsweise Lösung und man kann eine exakte Lösung nun mit rechnerischen Mitteln finden?

Deren Verstehenselemente und didaktische Funktion werden im Folgenden kurz erläutert.

Die Expo-App

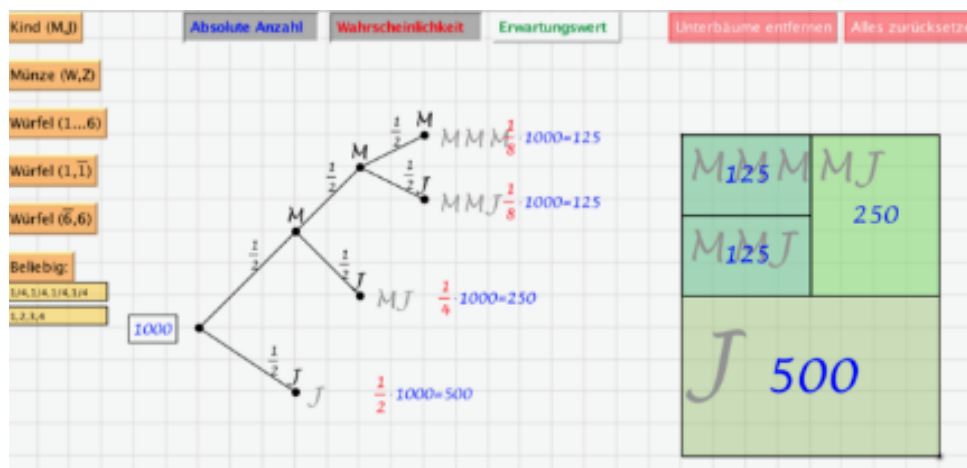


Die Expo-App enthält die folgenden Elemente und Funktionen:

- Prozentuales Wachstum wird in jedem Schritt visualisiert
- Die multiplikative Struktur (in der Schreibweise über Potenzen) wird hervorgehoben
- Die Unabhängigkeit der Phänomene vom Grundwert und von der Skalierung wird deutlich
- Die starke dynamische Abhängigkeit vom Prozentsatz – die auffällige Eigenschaft prozentualen Wachstum, wird hervorgehoben
- Beim Ablesen von Werten wird zugleich der Rechenweg hervorgehoben (die App nimmt das Rechnen nicht ab)
- Gebrochene Exponenten deuten den Weg zu kontinuierlichem Wachstum an (Graph und diskrete Balken in einem Bild)

Der konkrete Einsatz der Expo-App im Rahmen einer Wiederholungseinheit zum exponentiellen Wachstum macht deutlich, wie die App eine Balance bietet zwischen einerseits der engen der Fokussierung auf das spezifische Thema und seine wichtigen Verstehenselemente und andererseits der Offenheit und Flexibilität für eine Nutzung bei der Lösung einer großen Zahl typischer Aufgaben bei dem Thema.

Die Wahrscheinlichkeits(Baum)-App



8 Eine Familienstrategie und ihre Folgen



Stell dir vor, in irgendeinem Land wollen alle Familien zumindest ein Mädchen haben.

Dann bekommen sie alle so lange Kinder, bis das erste Mädchen kommt. Dann müsste es in dem Land eigentlich viel weniger Jungen geben.



- a) Untersuche Merves Vermutung. Betrachte dazu 1000 Familien. Nimm vereinfachend an, dass alle Familien höchstens drei Kinder bekommen. Bestimme die Anzahl der Kinder insgesamt und die Anzahl der Jungen.

Ganz ähnliche Vorteile hat eine zweite App, die ein ganz anderes Thema unterstützt: Das Modellieren von mehrstufigen Wahrscheinlichkeiten. Hier lernen Schülerinnen und Schüler die jeweilige stochastische Situation durch Bäume darzustellen. Bäume dienen dabei nicht nur in der Erarbeitungsphase zum Aufbau des Verständnisses, sondern können noch über lange Zeit helfen, mehrstufige Situationen zu verstehen und gegebene Probleme zu analysieren und zu lösen. (s. Abb)

Schon bei der Erarbeitung des Themas kann die App eingesetzt werden (Leuders, Holzäpfel & Storz 2017), da sie flexibel zur Konstruktion und Exploration von mehrstufigen Zufallsversuchen genutzt werden kann. Kernelement ist ein Werkzeug zur Baumkonstruktion: Per drag-and-drop werden Astsysteme zu Bäumen kombiniert. Sie können jederzeit strukturell umgebaut oder optisch optimiert werden. Je nach Aufgabenstellung können bedingte und totale Wahrscheinlichkeiten, Häufigkeiten und sogar Erwartungswerte angezeigt werden. Diese Lern-App soll den Lernenden wieder nicht das Rechnen abnehmen, sondern ihnen ermöglichen, Wahrscheinlichkeitssituationen flexibel zu variieren und zu explorieren. Dies erlaubt unter anderem Aufgabenstellungen des operativen Durcharbeitens konzeptueller Aspekte („Was ändert sich wenn...“). Zusätzlich zur Baumdarstellung wird ein Flächendiagramm ange-

zeigt, das die Situation strukturanalog darstellt in der Form verändert werden kann. Solche Flächendarstellung neben den vertrauten Baum- und Tabellendarstellungen erweisen sich immer mehr als wirksame Verstehenshilfe (Böcherer-Linder Eichler & Leuders, 2018)

Sofern die technische Ausstattung es ermöglicht können Lernende mit diesen Darstellungen in physischen oder digitalen Lerntagebüchern arbeiten. Auch ein Einsatz an einem interaktiven Smartboard ist mit dieser App durchführbar.

Im Sinne der hier vorgestellten „Verstehens-App“ ist aber die zentrale Funktion, dass die App über lange Zeiträume und Themen hinweg immer wieder als verstehensunterstützendes Visualisierungswerkzeug in Lernendenhand dient.

Literatur

Böcherer-Linder, K., Eichler, A., & Leuders, T. (2018). Anteile und Wahrscheinlichkeiten darstellen – das Einheitsquadrat als Visualisierung nach dem Spiralprinzip. *MU - Der Mathematikunterricht*, 63(6), 11-18.

Leuders, T., Holzäpfel, L. & Storz, R. (2017). Verteilung von Jungen und Mädchen – Wahrscheinlichkeiten vorhersagen. In S. Hußmann, T. Leuders, S. Prediger, & B. Barzel (Eds.), *mathewerkstatt 10* (pp. 5-25). Berlin: Cornelsen.

Leuders, T. (2019). Mathematik erkunden und verstehen mit unterrichtsintegrierten Lern-Apps – Fachdidaktische Kriterien für die kognitive Aktivierung und Verstehensunterstützung. In A. Büchter, u.a. (Eds.), *Mathematik wirklich verstehen: Mit digitalen Werkzeugen zeitgemäßen Mathematikunterricht erlebbar machen* (pp. 219-231). Wiesbaden: Springer.

Prediger, S. (2009). Verstehen durch Vorstellen. Inhaltliches Denken. In T. Leuders, L. Hefendehl-Hebeker & H.-G. Weigand (Hrsg.), *Mathemagische Momente*. Berlin: Cornelsen, 166-175.