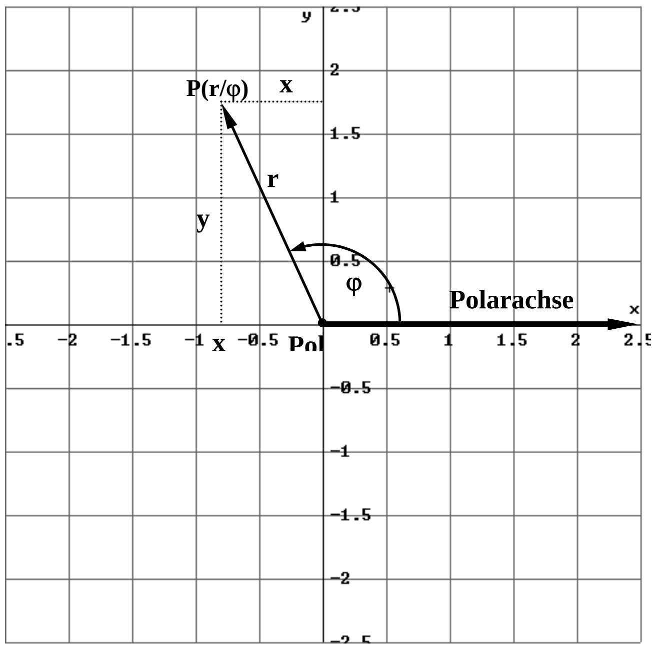
Polarkoordinaten – kartesische Koordinaten

Legt man ein Polarkoordinatensystem so über ein kartesisches x-y-Koordinatensystem, dass der Pol mit dessen Ursprung O und die Polarachse mit der positiven x-Achse zusammenfällt, dann kann jeder Punkt sowohl in Polarkoordinaten P(r/φ) als auch in kartesischen Koordinaten P(x/y) angegeben werden. Die beiden Darstellungen lassen sich ineinander umrechnen.



Führen Sie jetzt einige Umrechnungen durch. Tragen Sie dazu die Punkte zuerst im nebenstehenden System ein, schätzen die zu berechnenden Werte und führen Sie erst dann die Umrechnung exakt aus.
Geben Sie die Winkel der Polarkoordinaten sowohl im Gradmaß (deg, °) als auch im Bogenmaß (rad, unbenannt) an.

Aufgabe 1

Die folgenden Punkte sind in kartesischen Koordinaten gegeben. Bestimmen Sie deren Polarkoordinaten.

(a) P(1/2) (b) P(2/0.5) (c) P(-2/1.5) (d) P(1.5/-1.2) (e) P(-2.2/-1) (f) P(0/-2)

P($\sqrt{5}$/63.4°) P(2.06/14.04°) P(2.5/143.13°) P(1.92/321.34) P(2.42/204.44) P(2/270)

Aufgabe 2

Die folgenden Punkte sind in Polarkoordinaten im Gradmaß gegeben. Bestimmen Sie deren kartesische Koordinaten.

(a) P(1/60°) (b) P(2/120°) (c) P(1.2/220°) (d) P(1.5/342°) (e) P(2/0°) (f) P(1.1/164.2°)

P(0.5/0.87) P(-1/1.73) P(-0.92/-0.77) P(1.43/-0.46) P(2/0) P(-1.06/0.30)

Aufgabe 3

Die folgenden Punkte sind in Polarkoordinaten im Bogenmaß gegeben. Bestimmen Sie deren kartesische Koordinaten.

(a) P(1/$\frac{\pi}{3}$) (b) P(2/$\frac{5\pi}{4}$) (c) P(1.2/1) (d) P(1.5/3) (e) P(2/0.3) (f) P(1.1/1.7)

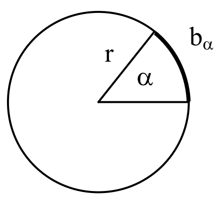
P(0.5/0.87) P(-1.41/-1.41) P(0.65/1.01) P(-1.48/0.21) P(1.91/0.28) P(-0.14/1.09)

Das Bogenmaß

Statt Winkel im Gradmaß (auf dem Taschenrechner *deg*) gibt man besser Winkel im Bogenmaß (auf dem Taschenrechner *rad*) an. Die Einheit *rad* (Radiant) für das Bogenmaß ist eigentlich keine Einheit, da das Bogenmaß eine unbenannte Zahl ist.

Definition:

Das Bogenmaß **arc α** eines Winkels α ist das Verhältnis der Bogenlänge des zu α gehörigen Kreisbogens b_α zum Radius r : arc α = $\frac{b_\alpha}{r}$.



Kreisbogen b_α zum Winkel α

Damit wird der Winkel durch eine unbenannte Zahl angegeben (Längeneinheit/Längeneinheit = unbenannte Zahl).
Wählt man in der Definition statt eines beliebigen Kreises den *Einheitskreis* (mit dem Radius 1 LE), dann kann man das Bogenmaß von α auch erklären als die (Maßzahl der) *Länge des zu α gehörigen Kreisbogens im Einheitskreis*.

Formel für die Bogenlänge zum Winkel α : $b_\alpha = \frac{2\pi r}{360°}\alpha = \frac{r\pi}{180°}\alpha$. Begründung: $\frac{b_\alpha}{\alpha} = \frac{2\pi r}{360°}$ da b_α proportional zu α ist.

Daraus erhält man die Umrechnungsformel $\boxed{\text{arc }\alpha = \frac{\pi}{180°}\cdot\alpha}$. Für die Bogenlänge b_α gilt dann $\boxed{b_\alpha = r \cdot arc\ \alpha}$.

Ergänzen Sie die folgende Tabelle (im Kopf, soweit möglich, sonst mit dem TR).

α in °	45	60	270	15	165	330	124	118°	108°	57.296°	85,943	316.273	171.887°	120°	240°	5.7230°
arcα in rad	π/4	π/3	3π/2	π/12	11π/12	11π/6	124π/180 ≈2.1642	π/10	3π/5	1	1.5	5.52	3	2π/3	4π/3	0.1

Der Winkel im Kreis von **1 rad** ist der Winkel, dessen Bogen genauso lang ist wie der Radius.

1 rad ist im Gradmaß etwa 60°….