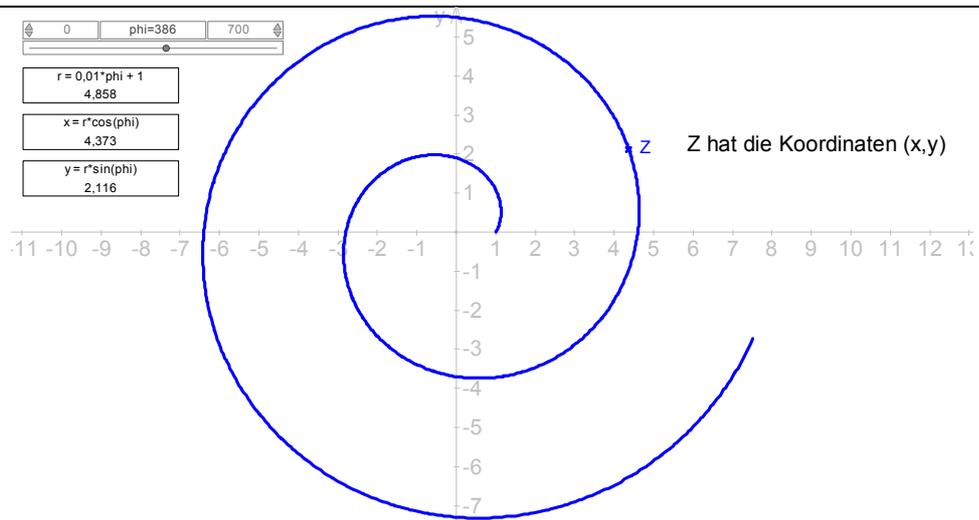


Archimedische Spirale 2

Eine archimedische Spirale hat die Gleichung

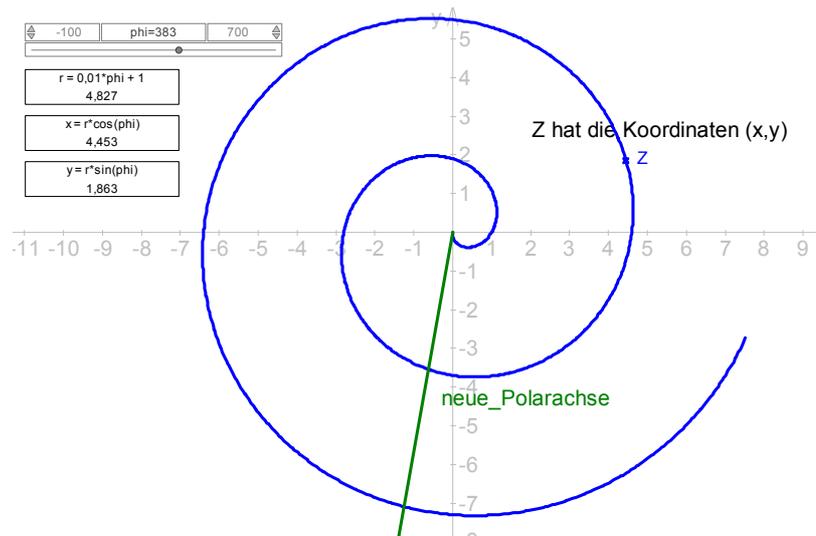
$$r = 0,01 / ^\circ \cdot \varphi + 1$$

- Stellen Sie die Spirale in DynaGeo dar.



- Wie müsste die Polarachse liegen, damit die Spirale im entsprechenden Polarkoordinatensystem die Gleichung $r = 0,01 / ^\circ \cdot \varphi$ erhält?
Stellen Sie diese Polarachse in ihrer DynaGeo-Zeichnung dar.

$$r = 0,01 / ^\circ \cdot \varphi + 1 = 0 \Rightarrow \varphi = -100^\circ \text{ Winkel zur positiven x-Achse } -100^\circ.$$



- Statt eine neue Achse zu wählen, kann man auch die Spirale um den Pol so drehen, dass die gedrehte Spirale im bisherigen Koordinatensystem die Gleichung $r = 0,01 / ^\circ \cdot \varphi$ erhält. Um welchen Winkel muss man drehen?

Drehung der Spirale um $+100^\circ$.

- Begründen Sie:

Alle archimedischen Spiralen **mit der gleichen Wachstumsgröße pro Grad** sind kongruent.

Alle Spiralen mit der Wachstumsgröße a haben die Gleichung $r = a \varphi + r_0$, wobei r_0 der „erste“ Durchgang der Spirale durch die positive x -Achse ist. Durch geeignete Drehung (um den Winkel r_0/a) können sie in die Spirale mit der Gleichung $r = a \varphi$ überführt werden.

- Was ändert sich bei einer Spirale mit der Gleichung

$$r = 0,01 / ^\circ \cdot \varphi + 1$$

wenn sie mit dem Faktor k ($k=2, k=2.5, 0.5$) mit dem Pol als Zentrum gestreckt wird?

Der Wachstumsfaktor wird $k \cdot 0,01$, der Startradius $k \cdot 1$.

- Was ändert sich bei einer Spirale mit der Gleichung

$$r = a \cdot \varphi + r_0$$

wenn Sie mit dem Faktor k ($k=2, k=2.5, 0.5$) mit dem Pol als Zentrum gestreckt wird?

Der Wachstumsfaktor wird $k \cdot a$, der Startradius $k \cdot r_0$.

- Können Sie mit den vorangehenden Erkenntnissen die (vage) Frage beantworten

“Wie viele archimedische Spiralen gibt es?“

Alle archimedischen Spiralen sind ähnlich zueinander (genauso wie alle Kreise zueinander ähnlich sind), d.h. bis auf Vergrößerung (und Verschiebung, Drehung und Achsen Spiegelung) gibt es nur eine archimedische Spirale.

Begründung: Durch zentrische Streckung mit dem Pol als Zentrum kann jede archimedische Spirale in eine archimedische Spirale mit einem beliebig vorgegebenen Wachstumsfaktor (z.B. $0,01 / ^\circ$) überführt werden. Diese Spiralen unterscheiden sich dann nur noch durch Drehungen (und Verschiebungen) von einander