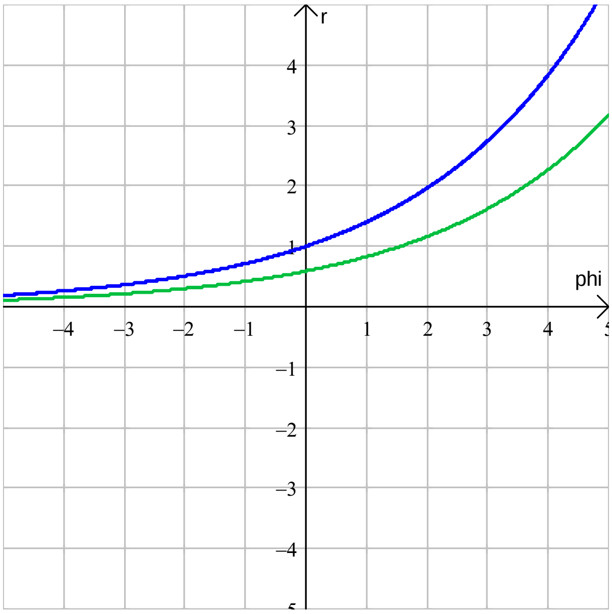
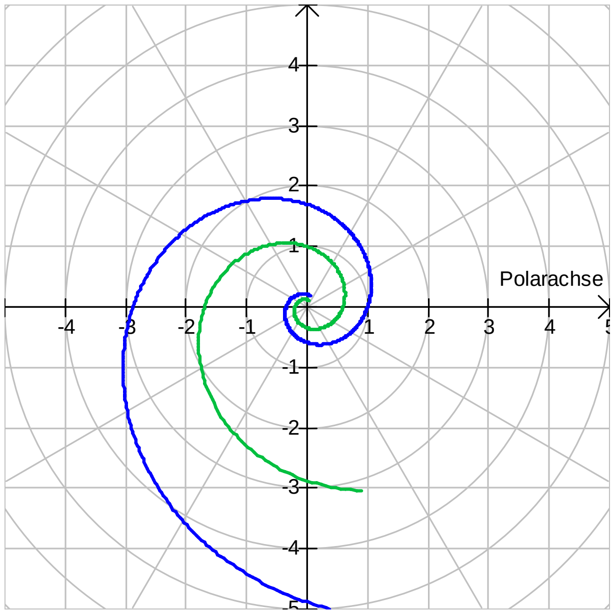
Drehung von Spiralen

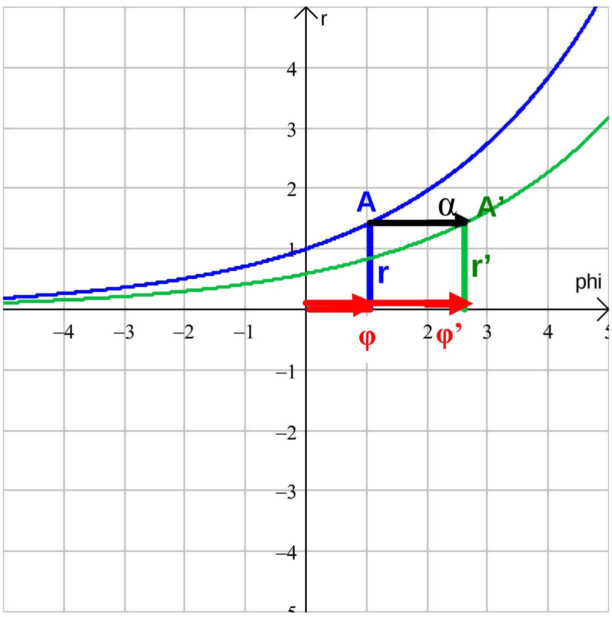
Eine Spirale mit der Gleichung $r = r(\varphi)$ wird um den Pol um den Winkel α gedreht.

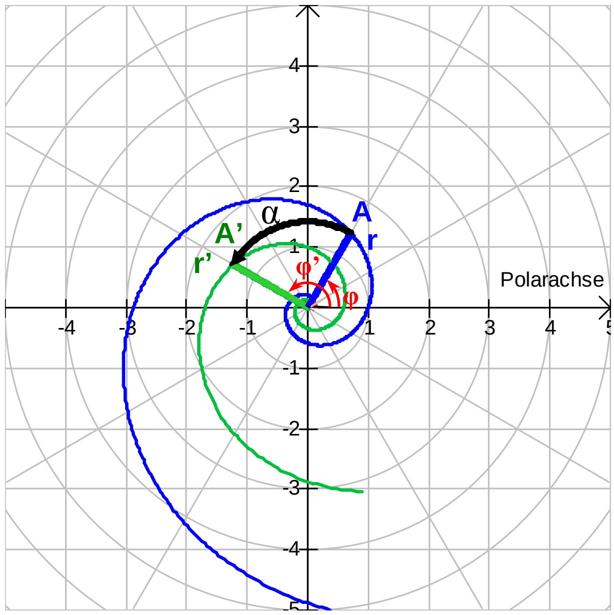
Wie lautet die Gleichung $r' = r'(\varphi')$ der gedrehten Spirale?

Was bedeutet die Drehung der Spirale für den φ-r-Graphen im kartesischen Koordinatensystem?









Man sieht sofort:
Geht bei der Drehung der Spirale um den Winkel α ein Punkt $A(r,\varphi)$ in den Punkt $A'(r',\varphi')$ über, so ist
$\varphi = \varphi'-\alpha$ und $r' = r = r(\varphi) = r(\varphi'-\alpha)$.

Für $\alpha=90°$ erhält man z.B.: $r'(150°) = r(150°-90°) = r(60°)$. Das ist die in der Abbildung gezeigte Situation.

Damit lautet die Gleichung für die gedrehte Spirale $r'= r(\varphi'-\alpha)$, d.h. man erhält die Gleichung für die um den Winkel α gedrehte Spirale, indem man in der Gleichung für die ursprüngliche Spirale φ durch $\varphi-\alpha$ ersetzt.
Im kartesischen Koordinatensystem bedeutet dies, dass der φ-r-Graph um α in φ-Richtung verschoben wird.

Beispiel: Ist $r = 0{,}5\cdot\varphi +1$ und $\alpha=\frac{\pi}{2}$, dann ist die Gleichung der gedrehten Spirale $r = 0{,}5\cdot(\varphi-\frac{\pi}{2}) +1$ oder

$$r = 0{,}5\cdot\varphi - 0{,}5\cdot\frac{\pi}{2} +1$$