

**Aufgabenblatt 2**  
 Ganze und rationale Zahlen (RS 7.Schj., HS 7.-8.Schj.)

### Aufgabe 1

- (a) Was sind ganze Zahlen? (RS/HS 7.Schj.)  
 (b) Was sind rationale Zahlen? (RS 7.Schj., HS 8.Schj.)
- Geben Sie eine Erklärung, die für das 7. Schuljahr der Realschule verständlich ist.
  - Wie hängt der Begriff „rationale Zahl“ mit dem Begriff „Dezimalzahl“ zusammen?

### Aufgabe 2

Negative Zahlen, zusammen mit ihren Rechenoperationen „+“, „-“, „·“ und „:“ sind noch viel weniger als natürliche Zahlen<sup>1</sup> in der Welt „real vorhanden“, sondern sind nützliche Konstruktionen der Menschen, die in der Mathematikgeschichte erst spät überhaupt akzeptiert wurden. Daher müssen sie bei ihrer Einführung in irgendeiner Weise gedeutet werden: Durch reale Objekte unserer Welt, durch symbolische Objekte oder formal durch Festlegen des Umgangs mit ihnen.

Untersuchen Sie unter diesen Gesichtspunkten ein Schulbuch für das 7. Schj. RS (bzw. 7./8.Schj. HS).

- (a) Welche Deutungen für positive und negative Zahlen finden Sie zur Einführung im Schulbuch?  
 (b) Was ist im Lehrplan gemeint, wenn von „Zustand“ und „Zustandsänderung“ die Rede ist? Geben Sie ein Beispiel.  
 (c) Welche Deutungen erfahren die Rechenzeichen „+“ und „-“ für die positiven und negativen Zahlen? Werden hier noch die gleichen Modelle benutzt, die zur Einführung der negativen Zahlen benutzt wurden oder haben die Modelle gewechselt?  
 (d) Gibt es Deutungen der Form „Skalenwert ± Änderung = Skalenwert“, „Skalenwert ± Skalenwert = Änderung“, „Skalenwert ± Skalenwert = Skalenwert“ ?  
 (e) Gibt es symbolische Deutungen rationaler Zahlen und der Rechenoperationen „+“ und „-“ (z.B. Pfeile)? Wie sind die Zahlen und Operationen dort dargestellt?  
 (f) Gibt es formale Begründungen für die Rechenoperationen „+“ und „-“ und die entsprechenden Rechenregeln (z.B. Permanenzreihen, Umkehroperatoren).

Während bei den inhaltlichen Deutungen der Addition und der Subtraktion die Summanden (bzw. Minuend und Subtrahend) von der „gleichen Sorte“ sind, muss man bei der Multiplikation die beiden Faktoren in verschiedener Weise deuten.

- (g) Welche Deutungen lassen sich finden?  
 (h) Gibt es symbolische oder formale Deutungen und Begründungen?

### Aufgabe 3

Geben Sie mehrere Modelle zur Deutung rationaler Zahlen an. Geben Sie jeweils an, wozu das Modell dienen kann:

- Vorstellung von rationalen Zahlen,
- Anordnung von rationalen Zahlen,
- Addition von rationalen Zahlen,
- Subtraktion von rationalen Zahlen,
- Multiplikation von rationalen Zahlen,
- Division von rationalen Zahlen.

### Aufgabe 4

Geben Sie einen Überblick über die Erschließung der Zahlbereiche bis zu den reellen Zahlen über die Schuljahre hinweg. Beantworten Sie dazu insbesondere die Fragen:

In welchen Schuljahren werden die Bereiche erschlossen?

Wie geschieht diese Bereichserweiterung, welches sind die motivierenden Beispiele?

Wird explizit über den neuen Bereich gesprochen?

Wie (wenn überhaupt) werden die Rechenoperationen mit den neuen Zahlen begründet?

Welche didaktischen Reduktionen werden vorgenommen (insbesondere bei den reellen Zahlen)?

<sup>1</sup> Auch für natürliche Zahlen kennt man vielerlei Zahlspekte (z.B. Kardinalzahlaspekt, Ordinalzahlaspekt) und vielerlei Deutungen für die Rechenoperationen, wie z.B. das sogenannte „Verteilen“ oder das „Messen“ für die Division.