

Lösungsvorschläge

1. Alternative Definition der zentrischen Streckung

Zeigen Sie (unter Voraussetzung der Strahlensätze):

Jede bijektive, geradentreue Abbildung der Ebene in sich, die einen Fixpunkt Z besitzt und die jede Gerade g auf eine zu g parallele Gerade g' abbildet, ist eine zentrische Streckung.

Wir wählen als Kandidaten für das Zentrum der zentrischen Streckung den Fixpunkt Z der Abbildung.

Nachzuweisen ist dann

:

- Z, P, P' liegen stets auf einer Geraden
- $\frac{|ZP'|}{|ZP|} = \frac{|ZQ'|}{|ZQ|} = k$ (konstant für alle Punkte P, Q)

Zu a): $Z'P' \parallel ZP$ (Bildgerade stets \parallel Originalgerade)
 $Z' = Z$ (Z fix)

$\Rightarrow Z, P, P'$ liegen auf einer Geraden

Zu b):

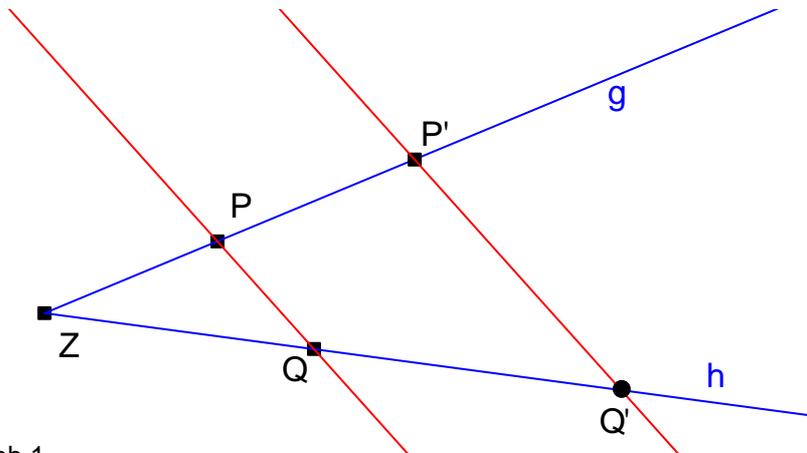


Abb.1

Z, P, P' und Z, Q, Q' liegen jeweils auf einer Geraden g bzw. h
 $P'Q' \parallel PQ$ (Bildgerade \parallel Originalgerade)

$\Rightarrow \frac{|ZP'|}{|ZP|} = \frac{|ZQ'|}{|ZQ|} = k$ (1. Strahlensatz)

Bemerkungen:

Zu b): Liegt R auf ZP , wähle Q wie oben und verfähre wie in Abb. 1
Liegen P und P' auf verschiedenen Seiten von Z , verläuft die Argumentation analog.