



# Einführung in die Geometrie

SS 2005

Prof.Dr.R.Deissler

PH-Freiburg

---

<sup>1</sup> Abbildung: Geometrie aus dem Zyklus „Die sieben freien Künste“, Münstervorhalle des Freiburger Münsters.

# Inhalt

<b>1</b>	<b>Hintergrund – Geschichte - Grundbegriffe.....</b>	<b>1</b>
1.1	Vom Wesen der Geometrie.....	1
1.2	"Die Elemente" des Euklid.....	2
1.3	David Hilbert: Geometrie als strenge axiomatische Theorie .....	2
1.4	Die axiomatische Methode: Von Euklid zu Hilbert .....	4
1.5	Symmetrie und Abbildungen .....	6
1.6	Definitionen und Sprechweisen: .....	7
1.7	Konstruktionen mit Zirkel und Lineal.....	13
<b>2</b>	<b>Kongruenzabbildungen.....</b>	<b>16</b>
2.1	Geradenspiegelungen.....	16
2.2	Definition und Eigenschaften von Kongruenzabbildungen .....	18
2.3	Hintereinanderausführen von 2 Achsenspiegelungen .....	20
2.4	Hintereinanderausführen von 3 Achsenspiegelungen .....	23
2.5	Drehungen.....	25
2.6	Verschiebungen.....	26
2.7	Schubspiegelungen (Gleitspiegelungen).....	27
2.8	Kongruenzabbildungen - Produkte von Achsenspiegelungen.....	28
2.9	Hintereinanderausführen von 4 und mehr Geradenspiegelungen.....	29
<b>3</b>	<b>Deckabbildungen von Figuren - Symmetrie.....</b>	<b>33</b>
3.1	Die Gruppe $(K, \circ)$ aller Kongruenzabbildungen einer Ebene .....	33
3.2	Die Deckabbildungen eines Quadrats .....	33
3.3	Untergruppen der Deckabbildungsgruppe des Quadrats.....	35
3.4	Symmetrieachsen - Deckdrehungen einer (beschränkten) Figur.....	35
3.5	Kreis - Zweikreisfigur .....	37
3.6	Aufgaben zur Symmetrie .....	37
3.7	Parkettieren .....	38
3.7.1	Was ist Parkettieren? .....	38
3.7.2	Warum wird im Mathematikunterricht parkettiert?.....	39
3.7.3	Parkettieren durch geeignetes Verändern von Grundbausteinen .....	39
3.7.4	Parkettieren mit mehr als einem Grundbaustein.....	40
<b>4</b>	<b>Ähnlichkeitsabbildungen .....</b>	<b>41</b>
4.1	Zentrische Streckungen.....	41
4.2	Die Strahlensätze .....	43
4.3	Flächeninhalt und Volumen bei zentrischer Streckung.....	44
4.4	Hintereinanderausführen von zentrischen Streckungen .....	45
4.5	Ähnlichkeitsabbildungen .....	47
4.6	Die Gruppe $(\tilde{A}, \circ)$ aller Ähnlichkeitsabbildungen einer Ebene .....	48
4.7	Ähnliche Figuren und Ähnlichkeitssätze .....	48
<b>5</b>	<b>Dreieckslehre.....</b>	<b>50</b>
5.1	Bedeutung der Dreiecke.....	50
5.2	Winkelsumme im Dreieck .....	50
5.3	Besondere Punkte im Dreieck .....	50
5.4	Kongruenzsätze.....	52
5.5	Geometrische Orte .....	52
5.6	Winkelsätze: Umfangswinkelsatz und Sehnen-Tangenten-Winkelsatz .....	53
5.7	Flächensätze: Pythagoras-Satzgruppe.....	54
<b>6</b>	<b>Viereckslehre.....</b>	<b>55</b>
6.1	Haus der Vierecke.....	55
6.2	Winkelsumme im Viereck .....	55
6.3	Vierecke mit Umkreis („Sehnen-Viereck“) .....	55
6.4	Vierecke mit Inkreis („Tangenten-Viereck“).....	56
6.5	Das Mittenviereck .....	56
<b>7</b>	<b>Der Flächeninhalt .....</b>	<b>57</b>
7.1	Flächeninhalt als Größe .....	57
7.2	Der Messprozess .....	57
7.2.1	Zerlegungsgleich - ergänzungsgleich .....	58

7.2.2	Flächeninhalt von n-Ecken .....	61
7.2.3	Das Prinzip von Cavalieri (1598 – 1647) .....	61
7.2.4	Grenzprozesse .....	62
7.3	Die Scherung – eine flächentreue Abbildung.....	65
7.4	Einige historische Bemerkungen.....	67
<b>8</b>	<b>Literatur .....</b>	<b>70</b>