

Übungen zur Einführung in die Geometrie

SS 2007

21. Mai 2007

Blatt 5

27. Hintereinanderausführen von 2 Drehungen

Es seien in einem Koordinatensystem $Z_1(-1/0)$ und $Z_2(5/0)$ Zentren für Drehungen.

a) Bestimmen Sie $D_{Z_1,50^\circ} \circ D_{Z_2,90^\circ}$. b) Bestimmen Sie $D_{Z_1,100^\circ} \circ D_{Z_2,260^\circ}$.

Führen Sie die Verkettungen zunächst mit Hilfe von Achsenspiegelungen durch. Geben Sie die „Daten der Abbildung“ durch Ablesen von Koordinaten und Winkeln an.

Wie kann man die Verkettungen einfacher konstruieren, wenn man schon die Ergebnisse der Vorlesung über Verkettung von 2 Drehungen verwenden darf?

Sie sollten diese Aufgabe auch mit DynaGeo bearbeiten.

28. Verkettung von Drehung und Verschiebung

Eine Figur wird um $Z(0,0)$ um 90° gedreht und anschließend um 3 Einheiten in x - Richtung und 1 Einheit in y-Richtung verschoben.

Bestimmen Sie die Daten der durch diese Hintereinanderausführung von Abbildungen entstehenden Abbildung durch Konstruktion.

Überprüfen Sie Ihre Lösung mit Hilfe von DynaGeo.

29. Mehrfachspiegelungen

Gegeben ist ein Rechteck ABCD.

a) Eine Figur F wird nacheinander an der Seitengeraden AB, das Bild F' dann an CD, das Bild F'' dann an DA und schließlich das Bild F''' dann an BC gespiegelt. Welche Abbildung führt die Figur F sofort in das endgültige Bild F'''' über?

b) Eine Figur F wird nacheinander an den Seitengeraden AB nach F' , F' dann an BC nach F'' , F'' dann an CD nach F''' und F''' schließlich an DA nach F'''' gespiegelt. Welche Abbildung ergibt sich als Verkettung dieser vier Achsenspiegelungen?

30. Punktspiegelungen und Achsenspiegelungen

Beweisen Sie mit Hilfe einer geeigneten Zeichnung folgenden Sachverhalt:

Die Verkettung $D_{Z,180^\circ} \circ S_a$ aus einer Punktspiegelung an Z und einer Achsenspiegelung an a ist

- eine Achsenspiegelung, wenn Z auf a liegt.
Die Achse ist das Lot von Z auf a .
- eine Schubspiegelung, wenn Z nicht auf a liegt.
Der Schubvektor ist der doppelte orientierte Abstand von Z zu a ,
Spiegelachse ist das Lot von Z auf a

31. Darstellung von Verschiebungen durch Drehungen

a) Hintereinanderausführung von zwei Punktspiegelungen

Zeigen Sie, dass das Hintereinanderausführen von zwei Punktspiegelungen sich durch eine Verschiebung ersetzen lässt. Wie hängen Verschiebungsvektor und die Zentren der beiden Punktspiegelungen zusammen?

b) Zerlegung einer Verschiebung in zwei Punktspiegelungen

Zeigen Sie, dass sich jede Verschiebung durch das Hintereinanderausführen von zwei Punktspiegelungen ersetzen lässt.

c) Zerlegung einer Verschiebung in zwei Drehungen

Zeigen Sie, dass sich jede Verschiebung durch das Hintereinanderausführen von zwei Drehungen $D_{Z_1, \alpha} \circ D_{Z_2, \beta}$ mit vorgegebenem Winkel α und geeigneten Z_1, Z_2, β ersetzen lässt.

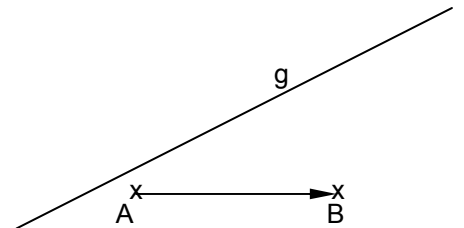
Stellen Sie einen Zusammenhang her zwischen dem Verschiebungsvektor \vec{v} einerseits und den Zentren Z_1, Z_2 und den Winkeln α, β andererseits.

Sehen Sie sich zu c) den folgenden Film an (Beschreibungen auf <http://www.isi.edu/robots/superbot.htm>): <http://www.isi.edu/robots/superbot/movies/manyGaits/DrunkerMove.wmv>

32. Verkettung einer beliebigen Verschiebung mit einer Spiegelung

Gegeben ist eine Verschiebung V_{AB} und eine Achsenspiegelung S_g . Die Entfernung von A und B soll 6 cm betragen, g mit AB einen Winkel von 30° einschließen (Skizze).

- Zeigen Sie, dass $V_{AB} \circ S_g \neq S_g \circ V_{AB}$ ist.
- Zeigen Sie durch Konstruktion geeigneter Achsenspiegelungen, dass $V_{AB} \circ S_g$ eine Schubspiegelung ergibt. Markieren Sie die Spiegelachse und den Verschiebungsvektor.



33. Eigenschaften von Schubspiegelungen.

Beweisen Sie den folgenden **Satz**:

Bei einer Schubspiegelung liegt für jeden Punkt P und seinen Bildpunkt P' der Mittelpunkt der Strecke $\overline{PP'}$ auf der Spiegelachse.

Untersuchen Sie, ob dieser Satz auch richtig wäre, wenn man bei der Definition der Schubspiegelung die Bedingung „der Verschiebungsvektor ist parallel zur Spiegelachse“ wegließe.

34. Eigenschaften von Schubspiegelungen zur Bestimmung der Spiegelachse und des Verschiebungsvektors.

Das Dreieck ABC wurde durch eine Kongruenzabbildung auf das Dreieck A'B'C' abgebildet.

- Begründen Sie, warum die Abbildung eine Schubspiegelung sein muss.
- Benutzen Sie die Eigenschaften von Schubspiegelungen, um die Spiegelachse und den Verschiebungsvektor zu konstruieren.
- Geben Sie drei Achsenspiegelungen an, deren Verkettung diese Schubspiegelung darstellt.

