Übungen zur Einführung in die Geometrie

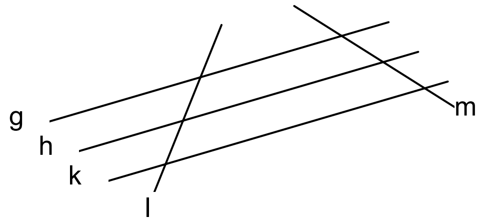
SS 2007 | 14. Mai 2007 | Blatt 4

20. Vertauschen von Achsenspiegelungen

Zeigen Sie: Das Hintereinanderausführen von zwei Achsenspiegelungen S_g und S_h ist genau dann vertauschbar, wenn $g = h$ oder $g \perp h$ ist.

21. Parallelenschar

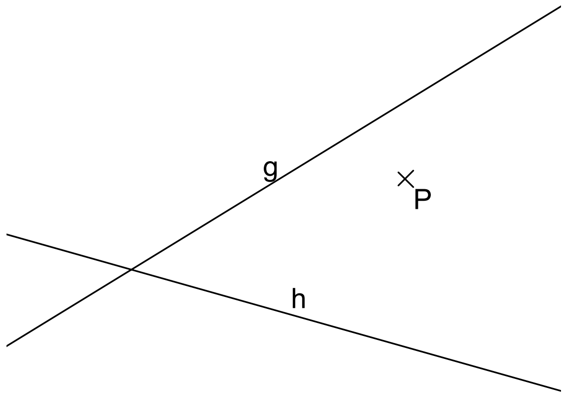
Die Geraden g, h, k seien parallel. Beweisen Sie unter Verwendung der Kongruenzsätze für Dreiecke: Schneiden die Geraden g, h, k aus *einer* Geraden l gleiche lange Strecken aus, dann schneiden sie aus *jeder* schneidenden Geraden m gleiche lange Strecken aus.



22. Mitte einer Strecke

Im Winkelfeld zweier Geraden g,h liegt ein Punkt P.

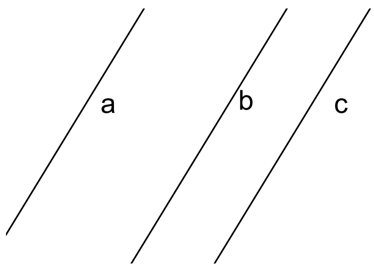
Konstruieren Sie einen Punkt G auf g und einen Punkt H auf h so, dass P die Mitte der Strecke GH ist.



23. Gleichseitiges Dreieck

Gegeben sind drei parallele Geraden a, b, c.

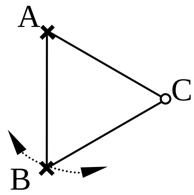
Konstruieren Sie Punkte A auf a, B auf b, C auf c so, dass das Dreieck ABC gleichseitig ist (wenn Sie das können).



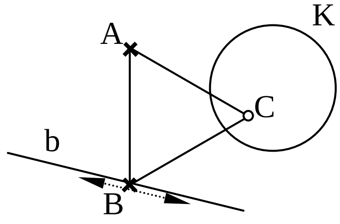
Diese häufig zu findende Aufgabe ist schwer zu lösen, wenn man sie nicht als Spezialfall eines viel allgemeineren Problems erkennen kann. Lösen Sie zunächst die folgenden Probleme (a)-(c) und versuchen Sie dann, die gewonnen Erkenntnisse auf das zuvor gestellte Problem anzuwenden. Hier helfen (hoffentlich) Vorstellungen, die mit dynamischen Geometriesystemen entwickelt werden können.

(a) Gegeben ist ein fester Punkt A. Ein Punkt B ist frei beweglich und der Punkt C soll so bestimmt werden, dass das Dreieck ABC gleichseitig ist.
Wie bewegt sich Punkt C, wenn B
- sich auf einem Kreis bewegt
- einer „Entenlinie“ folgt
- sich auf einer Geraden bewegt?

Experimentieren Sie mit DynaGeo, wenn Sie die Frage nicht beantworten können.



(b) Unter den Voraussetzungen von (a): Punkt B bewegt sich auf der Geraden b. Wo kann er liegen, so dass Punkt C auf dem Kreis K liegt?



(c) Wenn Sie beim Hauptproblem der Aufgabe *eine* Lösung gefunden hätten – wie könnten Sie dann noch viele weitere Lösungen finden?

24. Verkettung und Umkehrung

a) S_g und S_h sind zwei Achsenspiegelungen, $S_g \circ S_h$ ihre Verkettung.

Zeigen Sie algebraisch und geometrisch, dass $S_h \circ S_g$ die Umkehrabbildung von $S_g \circ S_h$ ist, also $(S_g \circ S_h)^{-1} = S_h \circ S_g$

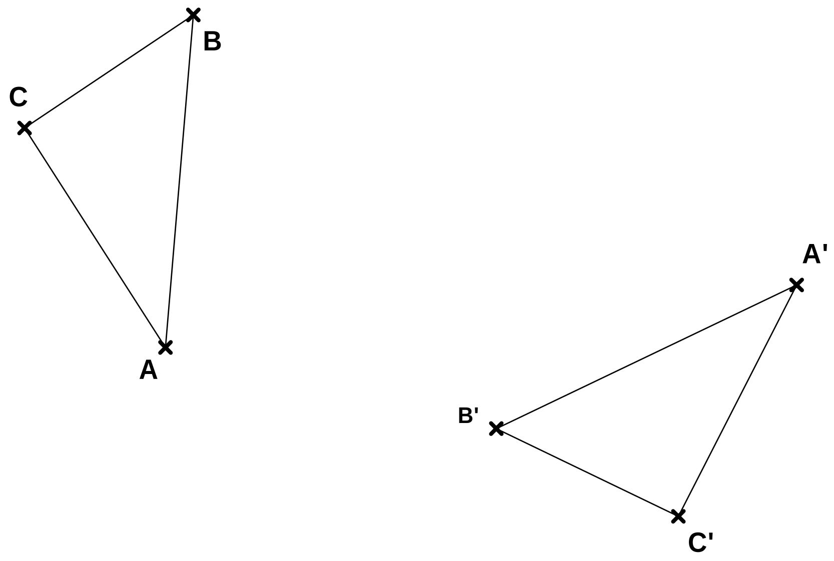
b) Bestimmen Sie die Umkehrabbildung von $S_a \circ S_b \circ \ldots \circ S_k$.

25. Konstruktion von Kongruenzabbildungen

Die Dreiecke ABC und A'B'C' stimmen in der Länge aller Seiten überein.

a) Dreieck ABC kann durch maximal 3 Achsenspiegelungen auf Dreieck A'B'C' abgebildet werden. Konstruieren Sie solche Achsenspiegelungen. Lesen Sie die Daten der resultierenden Kongruenzabbildung näherungsweise ab.

b) Begründen Sie (ohne Konstruktion der Achsenspiegelungen) mit Hilfe des Umlaufsinnes und weiterer Argumente, welche Art von Kongruenzabbildung ABC auf A'B'C' abbildet und konstruieren Sie damit die Daten der Abbildung (Begründungen angeben).



26. Noch eine Trapezkonstruktion

Konstruieren Sie mit Zirkel und Lineal (und in DynaGeo*) ein Trapez ABCD mit den Seitenlängen a=8cm und c=3cm und den Diagonalen d_{AC}=7cm und d_{BD}=6cm.

Die Seiten AB und CD sollen die parallelen Seiten sein.

Skizze