

19. Verkettung von Drehung und Verschiebung

Eine Figur wird um $Z(0,0)$ um 60° gedreht und anschließend um 2 Einheiten in x -Richtung und 3 Einheiten in y -Richtung verschoben.

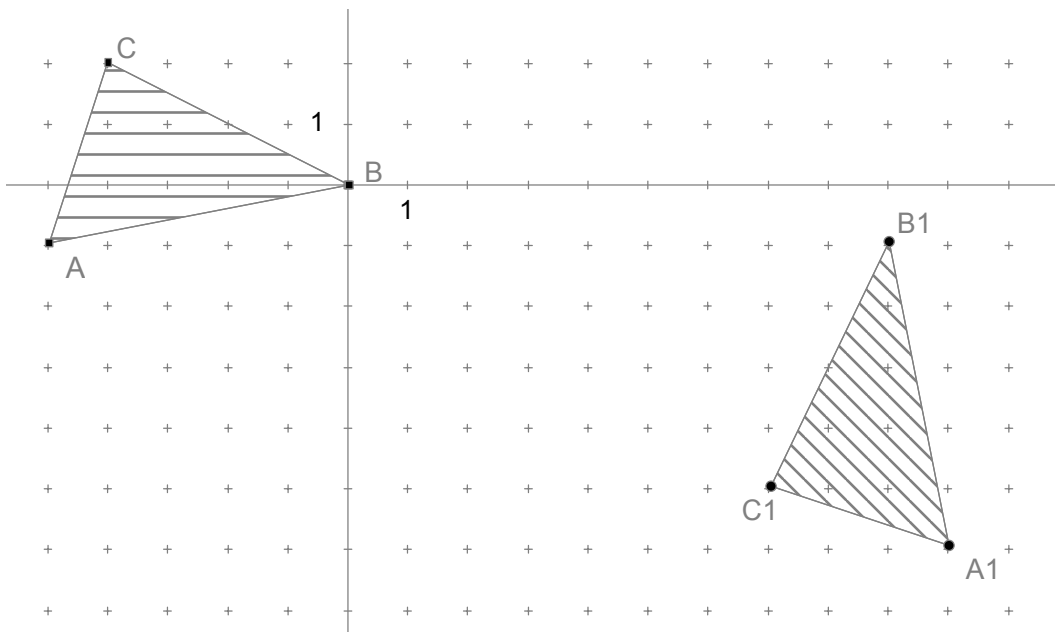
Ersetzen Sie dieses Hintereinanderausführen von Abbildungen durch eine einzige Kongruenzabbildung.

Bestimmen Sie anschließend rechnerisch die Daten (Punkte, Längen, Winkel) für diese Abbildung.

20. Konstruktion von Kongruenzabbildungen

Die Dreiecke ABC und $A_1B_1C_1$ stimmen in der Länge aller Seiten überein.

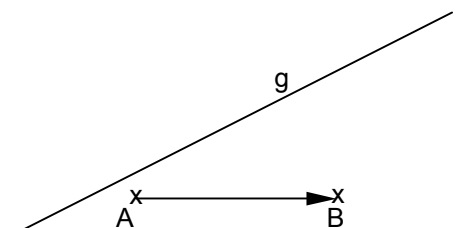
- Dreieck ABC kann durch maximal 3 Achsenspiegelungen auf Dreieck $A_1B_1C_1$ abgebildet werden. Konstruieren Sie solche Achsenspiegelungen. Lesen Sie die Daten der resultierenden Kongruenzabbildung näherungsweise ab.
- Begründen Sie (ohne Konstruktion der Achsenspiegelungen) mit Hilfe des Umlaufsinn und weiterer Argumente, welche Art von Kongruenzabbildung ABC auf $A_1B_1C_1$ abbildet und konstruieren Sie damit die Daten der Abbildung (Begründungen angeben).



21. Verkettung einer beliebigen Verschiebung mit einer Spiegelung

Gegeben sei eine Verschiebung V_{AB} und eine Achsenspiegelung S_g . Die Entfernung von A und B soll 6 cm betragen, g mit AB einen Winkel von 30° einschließen (Skizze).

- Zeigen Sie, dass $V_{AB} \circ S_g \neq S_g \circ V_{AB}$ ist.
- Zeigen Sie durch Konstruktion geeigneter Achsenspiegelungen, dass $V_{AB} \circ S_g$ eine Schubspiegelung ergibt. Markieren Sie die Spiegelachse und den Verschiebungsvektor.



22. Darstellung von Verschiebungen durch Drehungen

a) Hintereinanderausführung von zwei Punktspiegelungen

Zeigen Sie, dass das Hintereinanderausführen von zwei Punktspiegelungen sich durch eine Verschiebung ersetzen lässt. Wie hängen Verschiebungsvektor und die Zentren der beiden Punktspiegelungen zusammen?

b) Zerlegung einer Verschiebung in zwei Punktspiegelungen

Zeigen Sie, dass sich jede Verschiebung durch das Hintereinanderausführen von zwei Punktspiegelungen ersetzen lässt.

c) Zerlegung einer Verschiebung in zwei Drehungen

Zeigen Sie, dass sich jede Verschiebung durch das Hintereinanderausführen von zwei Drehungen $D_{Z_1, \alpha} \circ D_{Z_2, \beta}$ ersetzen lässt.

Stellen Sie einen Zusammenhang her zwischen dem Verschiebungsvektor \vec{v} einerseits und den Zentren Z_1, Z_2 und den Winkeln α, β andererseits.

23. Eigenschaften von Kongruenzabbildungen.

a) Schubspiegelungen

Beweisen Sie, dass bei einer Schubspiegelung für jeden Punkt P und seinen Bildpunkt P' der Mittelpunkt der Strecke $\overline{PP'}$ auf der Spiegelachse liegt.

b) Charakterisierung von Kongruenzabbildungen

Durch eine Kongruenzabbildung f werde ein Dreieck ABC auf das Bilddreieck A'B'C' abgebildet.

$M_{AA'}, M_{BB'}, M_{CC'}$ bezeichnen die Mittelpunkte der Strecken $\overline{AA'}, \overline{BB'}, \overline{CC'}$, $m_{AA'}, m_{BB'}, m_{CC'}$ die entsprechenden Mittelsenkrechten.

Was lässt sich über f aussagen, wenn

- (1) $\overline{AA'}, \overline{BB'}, \overline{CC'}$ sich in einem gemeinsamen Punkt schneiden,
- (2) $\overline{AA'}, \overline{BB'}, \overline{CC'}$ parallel sind,
- (3) $M_{AA'}, M_{BB'}, M_{CC'}$ auf einer gemeinsamen Geraden liegen,
- (4) $m_{AA'}, m_{BB'}, m_{CC'}$ sich in einem gemeinsamen Punkt schneiden,
- (5) $m_{AA'}, m_{BB'}, m_{CC'}$ parallel sind?