

## Konstruktion mit Zirkel und Lineal

Wenn wir von „Konstruktionen“ sprechen, dann meinen wir stets „Konstruktionen mit Zirkel und Lineal“. Dabei versteht man unter einem Lineal ein Gerät ohne Skaleneinteilung, nur zum Zeichnen gerader Linien.

Bei Konstruktionen mit Zirkel und Lineal dürfen nur die folgenden Schritte durchgeführt werden:

1. Beliebigen Punkt zeichnen.
2. Beliebigen Punkt auf einer Geraden, Strecke oder Kreislinie zeichnen.
3. Gerade durch zwei Punkte zeichnen (Lineal).
4. Zwei Punkte durch eine Strecke verbinden (Lineal).
5. Schnittpunkte von Geraden, Strecken und Kreislinien zeichnen.
6. Kreis um einen gegebenen Mittelpunkt M durch einen weiteren Punkt P zeichnen (Zirkel).
7. Kreis um einen gegebenen Mittelpunkt M mit einem Radius zeichnen, der von zwei (schon konstruierten oder gegebenen) Punkten übernommen werden kann (Zirkel).  
 „Radius aus der Zeichnung in den Zirkel übernehmen und damit einen Kreis zeichnen“.

Wenn wir davon sprechen, eine Streckenlänge oder ein Winkelmaß sei gegeben, dann meinen wir, dass ein Objekt mit diesen Maßen vorgegeben ist, es also nicht konstruiert werden muss. Gegebene Streckenlängen und Winkel müssen prinzipiell mit Zirkel und Lineal übertragen werden, dürfen also nicht abgemessen werden.

Nachdem einige Grundkonstruktionen mit Zirkel und Lineal als durchführbar erkannt wurden, lassen wir diese als „Module“ in späteren Konstruktionen zu. Sie werden in Konstruktionsbeschreibungen als Ganzes aufgeführt. Bei der Durchführung einer Konstruktion dürfen dafür auch die üblichen Zeichenhilfsmittel verwandt werden:

- Senkrechte zu Geraden oder Strecken durch einen Punkt → Geodreieck.
- Parallele zu Geraden oder Strecken durch einen Punkt → Geodreieck.
- Abtragen einer gegebenen Streckenlänge auf einer Geraden → Lineal mit Maßstab.
- Übertragen einer gegebenen Winkelgröße an eine Gerade in einem Punkt → Winkelmesser.

In den Übungen sollen Sie zeigen, dass solche Grundkonstruktionen mit Zirkel und Lineal alleine durchführbar sind. In „Euklid“ stehen Hilfsmittel für diese Grundkonstruktionen ebenfalls zur Verfügung.

### Aufgabe

Im Folgenden sollen Kenntnisse aus der SI-Geometrie verwandt werden.

Konstruieren Sie mit Zirkel und Lineal:

1. zu einer Strecke  $\overline{AB}$  die Mittelsenkrechte von  $\overline{AB}$ ,
  2. zu einer Strecke  $\overline{AB}$  den Mittelpunkt  $\overline{AB}$ ,
  3. zu einem Punkt P und einer Geraden g das Lot von P auf g,
  4. zu einem Punkt P und einer Geraden g den an g gespiegelten Punkt P',
  5. zu einem Punkt P und einer Geraden g die zu g parallele Gerade h durch P,
  6. zu zwei sich schneidenden Geraden g, h die Winkelhalbierende des Winkels  $\angle(g,h)$   
 ( $\angle(g,h)$  ist der Winkel, der bei Drehung von g auf h im Gegenuhrzeigersinn überstrichen wird),
  7. zu einer Strecke  $\overline{AB}$  die Punkte, die  $\overline{AB}$  dritteln,
  8. zu drei Punkten P, Q, R, die nicht auf einer Geraden liegen, den Kreis, der durch P, Q und R geht,
  9. zu einem gegebenen Winkel  $\angle(g,h)$  den an einen Strahl k mit Startpunkt P im Gegenuhrzeigersinn angetragenen gleich großen Winkel.
- Führen Sie diese Konstruktionen ohne Computer durch. Geben Sie eine Konstruktionsbeschreibung.
  - Führen Sie diese Konstruktionen mit Euklid durch. Dabei dürfen Sie nur die folgenden Hilfsmittel verwenden:
    1. Basispunkt (freien Punkt zeichnen),
    2. Punkt auf einer Linie,
    3. Gerade durch 2 Punkte
    4. Strecke zwischen 2 Punkten,
    5. Schnittpunkt zweier Linien,
    6. Kreis durch 2 Punkte.

Ein dem Konstruktionsschritt 7 („Radius aus der Zeichnung in den Zirkel übernehmen und damit einen Kreis zeichnen“) entsprechendes Hilfsmittel steht in Euklid so nicht zur Verfügung. Es muss durch mehrere andere Schritte ersetzt werden (diese Konstruktion kann als „Makro“ festgehalten werden und steht dann auch als Grundkonstruktion zur Verfügung).

## Beispiel einer Konstruktion mit Zirkel und Lineal in Euklid

Gegeben:  $a, b, c$ .

Konstruiere das Dreieck ABC mit den Seitenlängen  $a, b, c$ .

### In Euklid:

Konstruktionstext aus Euklid übernommen (mit leichten Änderungen):

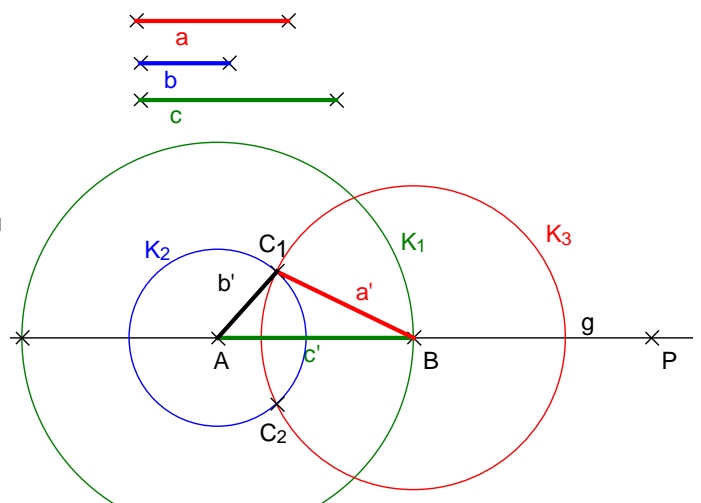
Voraussetzungen:

$P_1$  ist ein freier Basispunkt,  $P_2$  ist ein freier Basispunkt,  
 $P_3$  ist ein freier Basispunkt,  $P_4$  ist ein freier Basispunkt  
 $P_5$  ist ein freier Basispunkt,  $P_6$  ist ein freier Basispunkt

$a$  ist die Strecke  $[P_1; P_2]$   
 $b$  ist die Strecke  $[P_3; P_4]$   
 $c$  ist die Strecke  $[P_5; P_6]$

Konstruktion:

A ist ein freier Basispunkt  
P ist ein freier Basispunkt  
g ist die Gerade (A ; P)  
 $K_1$  ist ein Kreis um A mit Radius c (Makro)  
B ist ein Schnittpunkt der Linie g mit dem Kreis  $K_1$   
 $K_2$  ist ein Kreis um A mit Radius b (Makro)  
 $K_3$  ist ein Kreis um B mit Radius a (Makro)  
 $C_1$  ist ein Schnittpunkt der Kreise  $K_2$  und  $K_3$   
 $C_2$  ist der 2. Schnittpunkt der Kreise  $K_2$  und  $K_3$   
 $c'$  ist die Strecke  $[A; B]$   
 $a'$  ist die Strecke  $[B; C_1]$   
 $b'$  ist die Strecke  $[C_1; A]$



### Ohne Euklid:

Gegeben:  $a, b, c$

Konstruiere das Dreieck ABC mit den Seitenlängen  $a, b, c$ .

Konstruktionstext für die Konstruktion:

Ausführlich

Punkt A  
Gerade g durch A  
 $K_1$  ist ein Kreis um A mit Radius c  
B ist ein Schnittpunkt der Geraden g mit Kreis  $K_1$   
 $K_2$  ist ein Kreis um A mit Radius b  
 $K_3$  ist ein Kreis um B mit Radius a  
 $C_1$  ein Schnittpunkt der Kreise  $K_2$  und  $K_3$   
 $C_2$  2. Schnittpunkt der Kreise  $K_2$  und  $K_3$   
 $c'$  ist die Strecke  $[A; B]$   
 $a'$  ist die Strecke  $[B; C_1]$   
 $b'$  ist die Strecke  $[C_1; A]$

Sehr kurz

} Strecke  $\overline{AB} = c$   
 $K_2(A, b)$   
 $K_3(B, a)$   
 $C_1$  ein Schnittpunkt  $K_2, K_3$   
 $C_2$  der 2. Schnittpunkt  $K_2, K_3$   
 $C = C_1$  oder  $C = C_2$   
Dreieck ABC