Seminar zur fraktalen Geometrie - Aufgabenblatt 3

Problem: Was kann man über die unendliche Summe $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+\frac{1}{7}+\frac{1}{8}+.....$ sagen?

Auch hier hilft wieder ein Trick, der zur Methode entwickelt werden kann:

Vergleichen Sie jeweils die beiden untereinander stehenden Teilsummen nach Größe:

$$1+\frac{1}{2} \qquad 1+\frac{1}{2}+\quad\frac{1}{3}+\frac{1}{4} \qquad 1+\frac{1}{2}+\quad\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\quad\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+\frac{1}{7}+\frac{1}{8}+.....$$

$$1+\frac{1}{2} \qquad 1+\frac{1}{2}+\quad\frac{1}{4}+\frac{1}{4} \qquad 1+\frac{1}{2}+\quad\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\quad\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+.....$$

$$1+\frac{1}{2}+\quad\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\quad\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+\frac{1}{7}+\frac{1}{8}+\quad\frac{1}{9}+\frac{1}{10}+\frac{1}{11}+\frac{1}{12}+\frac{1}{13}+\frac{1}{14}+\frac{1}{15}+\frac{1}{16}$$

$$1+\frac{1}{2}+\quad\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\quad\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\quad\frac{1}{16}+\frac{1}{16}+\frac{1}{16}+\frac{1}{16}+\frac{1}{16}+\frac{1}{16}+\frac{1}{16}+\frac{1}{16}$$

Können Sei den Wert der unteren Teilsummen ausrechnen?

Wie könnten wohl die nächsten zwei Zeilen lauten?

Können Sie mit diesen Beobachtungen das ursprüngliche Problem lösen?

Wenn wir die Teilsummen mit $d_n = 1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+.....+\frac{1}{n}$ bezeichnen, für welche Teilsummen d_n können Sie leicht eine Größenabschätzung angeben?

Wie lautet Ihre Abschätzung etwa für d_{64} oder d_{128} ?