

# Kompetenzorientierung – eine Chance für die Weiterentwicklung des Mathematikunterrichts?

*Timo Leuders*

*Pädagogische Hochschule Freiburg*

Die hohe Frequenz, mit dem der Begriff „Kompetenz“ im Diskurs über schulische Bildung auftritt, ist Ausdruck der Tatsache, dass die mit dem Begriff verbundenen Konzepte den Bedürfnissen der verschiedenen beteiligten Personengruppen entsprechen: Für die Bildungsadministration steht der Kompetenzbegriff im Mittelpunkt eines neuen Steuerungsparadigmas, die Fachdidaktik erkennt in dem Begriff schon lange propagierte Ziele des sinnvollen und nachhaltigen Mathematikunterrichts wieder (Blum et al., 2006) und die Psychologie wendet sich unter dem Stichwort der „Kompetenzmodellierung“ der Messbar-machung komplexerer Fähigkeiten zu (Hartig, Klieme & Leutner, 2008). Die verschiedenen durch die „Kompetenzdiskussion“ genährten bzw. erst entstandenen Wünsche und Absichten stehen allerdings in einem nicht immer stimmigen Verhältnis zueinander und zu den einstweilen vorherrschenden Realitäten. Diesen Stand der Diskussion aus Sicht der Fachdidaktik Mathematik zu beschreiben, zu bewerten und mit ein wenig Mut in die Zukunft zu extrapolieren, ist das Ziel dieses Beitrags. Die eingenommene Perspektive ist zugegebenermaßen auf die des Faches Mathematik beschränkt, die Argumente lassen sich zumeist aber darüber hinaus verallgemeinern.

Außerhalb der Reichweite dieses Beitrags muss eine differenziertere Darstellung des Ringens der letzten Jahrzehnte um eine Definition des Kompetenzbegriffs in Pädagogik, Schulentwicklung und Psychologie bleiben (vgl. z.B. Chomsky, 1957; Weinert, 2001a,b, Klieme, Avenarius, Blum et al., 2007). Die nachfolgende Analyse beschränkt sich auf die Darstellung der *Rezeption* des Kompetenzbegriffes und auf die Annäherung von *Fachdidaktik* und *fachbezogener Schulentwicklung* in Deutschland an ein „kompetenzorientiertes“ Denken.

## *1 Kompetenzen als Standards aus Sicht des Mathematikunterrichts*

Nachdem sich in den ersten Jahren des neuen Jahrtausends mit hoher Einigkeit zwischen den deutschen Bundesländern und in der KMK eine stärker „ergebnisorientierte“ Bildungssteuerung als bildungspolitischer Konsens herausgebildet hatte, ergab sich als erste Aufgabe an das Schulsystem die Präzisierung dieser erwünschten Bildungsergebnisse. Hierbei erhielten aus strukturellen, aber auch aus inhaltlichen Gründen die im Rahmen der PISA-Studie entwickelten Werkzeuge und Konzepte eine gewisse Leitfunktion. Dies wurde einerseits kritisiert (Jahnke & Meyerhöfer, 2007), weil hier der Eindruck entstehen konnte, dass mit dem PISA-Projekt ein an ökonomischer Nützlichkeit orientierten Bildungsindex, der vor allem für den effizienten Ländervergleich entwickelt wurde, eine zu reduktionistische Bildungsauffassung an den Mathematikunterricht herangetragen wurde. Andererseits lagen den PISA-Instrumenten durchaus übergreifende bildungstheoretische Überlegungen zugrunde (Baumert, Klieme, Neubrand et al., 2001; Neubrand, 2004), die man bei der anstehenden curricularen Arbeit nicht unberücksichtigt lassen konnte, auch wenn die durch PISA entwickelten Konzepte und Instrumente keine umfassende curriculare Funktion übernehmen konnten.

Der einsetzende Prozess der Ergebnisorientierung begann mit dem Schritt der **Standardsetzung**, konkret mit der Entwicklung neuer curricularer Leittexte, die in den folgenden Jahren als „Bildungsstandards“ oder „Kerncurricula“ bundesweit und in den einzelnen Bundesländern entwickelt wurden (Reiss, 2004; Leuders, Barzel & Hussmann, 2005). Zugleich begannen die Bundesländer, Verfahren der **Standardüberprüfung** zu entwickeln (Büchter & Leuders, 2005; Leutner et al., 2007; Kühle & Peek, 2005). Mit zum Teil erheblichem zeitlichen Versatz begannen auch Überlegungen zur Unterstützung der **Standardumsetzung**, sprich: der Fortbildung der Lehrpersonen, was allerdings bislang wenig überzeugende Ergebnisse zeitigt. Entlang dieser drei „Säulen der Standardorientierung“ (s. Abb.1, vgl. Klieme & Rakoczy, 2008; Oelkers & Reusser, 2008; Schulz, 2010) soll im Folgenden die Entwicklung und der Stand des Mathematikunterrichts hinsichtlich der Kompetenzorientierung skizziert werden:

<b>Standardsetzung</b>	<b>Standardumsetzung</b>	<b>Standardüberprüfung</b>
Bildungsstandards Schulcurricula	Fortbildungen Schulbücher Kollegiale Unterrichtsentwicklung	Lernstandserhebungen Diagnosearbeiten

**Abb.1: Die Säulen der Standardorientierung**

## 1.1 Standardsetzung

Bei der Debatte über das neue Steuerungsinstrument „Bildungsstandards“ wird oft übersehen, dass im deutschen Bildungssystem bereits lange zuvor Standards implementiert waren, denn „Standard“ bedeutet lediglich eine normative Anforderung an den (Mathematik)unterricht und dessen organisatorisches Umfeld. Solche Standards können sich auf unterschiedliche Aspekte beziehen, etwa *content standards* auf die Inhalte des Mathematikunterrichts, *opportunity-to-learn standards* auf die Qualität von Lernangeboten und *outcome standards* auf die Lernergebnisse. Die Entwicklung in Deutschland und damit die hiesige Verwendung des Standardbegriffes ist gekennzeichnet durch eine starke, beinahe exklusive Konzentration auf den Typus *outcome standards* (Ravitch, 1995), was mit der bildungspolitischen Intention einer ergebnisorientierten Steuerung konform geht. Dementsprechend wurden seit 2002 in den deutschen Bundesländern Standards für das Ende der Doppeljahrgangsstufen der Sekundarstufe I (zunächst in NRW und Baden-Württemberg, vgl. Leuders, Barzel & Hussmann, 2005) sowie in der Kultusministerkonferenz auf nationaler Ebene Standards für den mittleren Bildungsabschluss formuliert und veröffentlicht (KMK, 2003). Diese Entwicklung war eher durch einen politischen Abstimmungsprozess unter zeitlichem Druck bestimmt, als durch eine systematische Berücksichtigung der Empfehlungen, wie sie z.B. in der Expertise von Klieme, Avenarius, Blum et al. (2007) formuliert wurden. Auch hat eine Einbindung der Fachdidaktik an deutschen Hochschulen in diesen Prozess nur marginal stattgefunden. Resümiert man den Stand der Entwicklungen aus heutiger Sicht, so kann man – bezogen auf das Fach Mathematik – die folgenden Bewertungen vornehmen:

- (1) Zentrum aller Bildungsstandards ist die Formulierung von Kompetenzen, die als Ergebnisse eines allgemeinbildenden Mathematikunterrichts angesehen werden. Diese Kompetenzen betreffen vornehmlich die kognitiven und fachbezogenen Fähigkeitsaspekte. Vorschläge wie etwa von Heymann (1996), die auch Aspekte Persönlichkeitsbildung

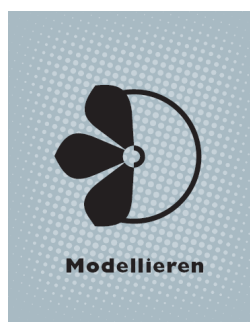
umfassen, finden sich nicht wieder, wohl aber sind die „allgemeinen Lernziele“ von Winter (1995) mehr oder weniger explizit in die Diskussion eingeflossen.

- (2) Ein vielfach bemängeltes Defizit der Entwicklung von Bildungsstandards, welcher vor allem durch die „großen“ Schulfächer getragen wurde, ist die Marginalisierung von Kompetenzaspekten, die sich nicht auf die „kognitiven Kerne“ (negativ ausgedrückt: das testbare Wissen und Können) des Faches beziehen. Personale und soziale Kompetenzen, methodische und medienbezogene Kompetenzen, fachübergreifende Kompetenzaspekte haben keinen systematischen Ort in den Standards gefunden. Eine Konsequenz scheint zu sein, dass Prozesse der Unterrichtsentwicklung, die in den Jahren zuvor angestoßen wurden (Medienbildung, Projektunterricht, kontextbezogene Lernfelder wie z.B. in der Gesamtschule NRW, usw.) im Bewusstsein der Lehrenden wieder zurückgedrängt werden.
- (3) Als ungelöst in der Formulierung fachbezogener Standards muss auch die klare Abgrenzung bzw. die sinnvolle Integration von kognitiven, motivationalen und sozialen Kompetenzaspekten gelten, welche in ihrem Zusammenwirken nach Weinert (2001a) erst Kompetenz konstituieren. Das führt in manchen Bildungsstandards zu unklaren und kaum handlungsleitenden Formulierungen (Baden-Württemberg, 2004):

Die Schülerinnen und Schüler können

- durch erweiterte mehrkanalige Zugangsmöglichkeiten passende mathematische Modellierungen vornehmen; [...]
- in dem jeweiligen mathematischen Modell arbeiten;
- das Problem der Passung von Situation und Mathematik lösen.

In den erst später entstandenen Bildungsstandards in Luxemburg (2006) wurde in Abstimmung mit Lehrpersonen versucht, die Schwierigkeiten bei der Rezeption von Standards zu reduzieren, indem (vereinfachende) Kategorien von Kompetenzaspekten gewählt wurden:



<p><b>Fähigkeiten</b></p> <p>Schülerinnen und Schüler können</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Realsituationen vereinfachen, strukturieren und die mathematisch erfassbaren Aspekte herausarbeiten,</li> <li>• mathematische Modelle finden bzw. auswählen (z.B. Ausdrücke, Funktionen, Figuren, Simulationen),</li> <li>• Bearbeitungsschritte und Ergebnisse einer Modellierung mit Bezug auf die Realsituation interpretieren,</li> <li>• Modellierung bewerten und gegebenenfalls modifizieren,</li> <li>• zu Modellen passende Kontexte angeben.</li> </ul>	<p><b>Fertigkeiten</b></p> <p>Schülerinnen und Schüler können</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• verschiedene Darstellungen verwenden (z.B.: grafisch, geometrisch; tabellarisch/numerisch; symbolisch, in Worten; computergestützt).</li> </ul> <p><b>Einstellungen</b></p> <p>Schülerinnen und Schüler zeigen</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Bereitschaft sich auf wesentliche Aspekte zu konzentrieren,</li> <li>• Bereitschaft alltägliche Erfahrungen einzubringen,</li> <li>• Bereitschaft Ungenauigkeiten und Unsicherheiten auszuhalten,</li> <li>• kritische Haltung bezüglich Nützlichkeit und Gültigkeit von mathematischen Modellen.</li> </ul>
---	---

**Abb.2: Auszug aus den Bildungsstandards Luxemburg**

(4) Zu den fraglos bedeutsamsten Innovationen, die die Kompetenzorientierung für den Mathematikunterricht mit sich bringt, muss wohl die Aufwertung der „allgemeinen“ Kompetenzen zählen. Diese fanden sich bislang in dem Präambeln von Lehrplänen und in fachdidaktischen Reflexionen (z.B. „allgemeine Lernziele“ von Winter 1995), blieben aber damit für die Unterrichtspraxis meist wirkungslos. Während es in anderen Fächern, wie beispielsweise in den Fremdsprachen bereits lange Konsens ist, dass sich Kompetenzen in den „funktionalen“ Bereichen des Faches konstituieren, hier also in den kommunikativen Bereichen „Lesen, Hören, Sprechen, Schreiben“ und nicht etwa in den Inhaltsbereichen des Faches („Grammatik“, „Landeskunde“), hat sich das Fach Mathematik curricular bislang exklusiv über die Inhalte definiert. Angeregt auch durch die Rezeption der Standards der amerikanischen NCTM-Gesellschaft (NCTM 2000, vgl. Klieme, Avenarius, Blum et al. 2007) traten neben die Inhaltsbereiche nun gleichberechtigt die auf mathematische Denkprozesse bezogene Kompetenz wie Problemlösen, Argumentieren oder Modellieren hinzu (NCTM 2000):

*Content standards: Number and operations, Algebra, Geometry, Measurement, Data Analysis and Probability.*

*Process standards: Problem solving, Reasoning and proof, Communication, Connection*

Dieses zweiperspektivische Modell der NCTM hat sich (obwohl dort eher *opportunity-to-learn standards* als *outcome standards* formuliert werden) im deutschsprachigen

Raum in allen Rahmenmodellen für Standardsetzungen und Standardüberprüfungen im Mathematikunterricht durchgesetzt. Die Berücksichtigung dieser Kompetenzbereiche auch in zentralen Prüfungen und Lehrwerken führt zu einer langsamen aber erkennbaren Hinwendung auch in der Praxis und muss als eine der bedeutsamsten Innovationsleistungen der neuen „Kompetenzorientierung“ angesehen werden.

Die Rezeption der innovativen Elemente der neuen Standards (Ergebnisorientierung, Kompetenzen als Indikatoren nachhaltigen Könnens, prozessbezogene mathematische Kompetenzen) stellt die Lehrkräfte allerdings vor vielfältige Herausforderungen. Wenn einerseits mit Fug und Recht behauptet werden kann, dass mit der Fokussierung auf Kompetenzen eigentlich kein Aspekt in die Diskussion um die Qualität von Mathematikunterricht getreten ist, der nicht in der Fachdidaktik schon in den letzten fünfzig, ja sogar zurückreichend bis Klein und Lietzmann in den letzten hundert Jahren benannt wurde, so muss man andererseits eingestehen, dass die Neuorientierung in den curricularen Leittexten die Chance in sich birgt, diese Botschaften produktiv in die Praxis zu tragen. Dies allerdings muss in Verbindung mit geeigneten Maßnahmen nicht nur der Standardsetzung sondern auch der Unterstützung beim Umgang mit Standards in der Unterrichtsentwicklung geschehen (s. Abschnitt 1.3).

## 1.2 Standardüberprüfung

In Bundesländern mit traditionell zentralen Prüfungen (z.B. Bayern und Baden-Württemberg) machte es eine Standardorientierung notwendig, diese Prüfungen an die Standards und an empirisch validere Verfahren anzupassen, in anderen Bundesländern (z.B. Nordrhein-Westfalen) wurden aus diesem Anlass zum Teil erstmals zentrale Prüfungsformen entwickelt. In das Fach Mathematik wurden hier große Hoffnungen gesetzt, da es einerseits in der Diskussion seiner theoretischen Rahmenmodelle bereits weit fortgeschritten war (weiter waren allenfalls noch die Fremdsprachen mit dem Europäischen Referenzrahmen) und andererseits – jedenfalls auf den ersten Blick – weil es einer objektivierenden Testung am zugänglichsten schien. Bei den zentralen Vergleichsarbeiten, die in den letzten Jahren nach PISA-ähnlichen Modellen entwickelt wurden, hat sich inzwischen ein System

des Leistungsvergleichs auf Schul- und Klassenebene etabliert, dessen Wirkungen in der Praxis auch Gegenstand der Forschung sind (vgl. Altrichter, 2010). Einige der wesentlichen Erfahrungen aus diesen ersten Jahren – insbesondere aus Sicht des Mathematikunterrichts – werden im Folgenden skizziert. Andere Probleme, die mit der Einführung von Lernstanderhebungen und ähnliche Instrumenten der Standardüberprüfung verbunden sind, wie etwa das Phänomen des *teaching to the test* (vgl. Bensen & Gathen, 2004), das für das Fach Mathematik in enger Verbindung mit der Tendenz der Kalkülorientierung steht, sollen an dieser Stelle nicht eigens ausgeführt werden.

Die Rückmeldung empirisch abgesicherter Leistungsdaten sollen eine innerschulische fachlich-vertiefte Aufarbeitung der Ergebnisse unterstützen (Peek, Pallack, Dobbstein et al., 2006). Fraglich scheint hier, ob eindimensionale Leistungsindizes und die Einordnung von Schülergruppen in Kompetenzstufen ausreichen (Näheres in Abschnitt 2), da diese keine handlungsleitenden Informationen enthalten, sondern in hohem Maße deutungs offen sind. Das hat zur Konsequenz, dass Lehrkräfte diese Daten in der Regel nicht zum Ausgangspunkt von Unterrichtsentwicklungsprozessen machen (Groß Opphoff, 2006, Altrichter 2010; Schulz, 2010), sondern als ergänzende Form der Leistungsmessung wahrnehmen. Allerdings muss wohl auch das diagnostische Potenzial der Leistungsdaten kritisch betrachtet werden. Individuelle diagnostische Einstufungen in mehreren Leistungsdimensionen, wie sie die Politik wünscht, sind auch bei avancierten Auswertungsverfahren teststatistisch nicht möglich, wenn auch politisch gewünscht (z.B. bei VERA, s. Fleischer, Leutner, Wirth et al., 2005). Die Gefahr der Übernahme der Testleistung als individuelle, scheinbar objektive Leistungskennziffern besteht vor allem im Fach Mathematik, das schon immer empfänglich für eine scheinobjektive numerische Leistungsmessung war (Ingenkamp, 1989). Die Schulentwicklungsforschung interessiert sich im Zusammenhang mit der Wirksamkeit von Verfahren der Standardüberprüfung für Qualitätskriterien für Leistungsrückmeldungen (zusammengefasst z.B. bei Altrichter, 2010). Hierzu gehören Umfang und Verständlichkeit, inhaltliche Deutung durch kriteriale Bezugsnormen, Berücksichtigung von Kontextinformationen (z.B. Schulstandort, Schülerhintergrund) oder der Zeit zwischen Erhebung und Rückmeldung. Leider wenig salient ist in dieser Diskussion das Kriterium der Bedeutsamkeit für die *Fach*lehrperson. Eine Mathematiklehrerin und ein Mathematiklehrer braucht ein

Feedback, das unmittelbar an fachspezifische, für die tägliche Arbeit relevante Leistungskategorien ankoppelt. Jedoch können Lernstandserhebungen nur sehr begrenzt Antwort geben auf Fragen wie „Beherrschen meine Schülerinnen und Schüler die grundlegenden Operationen im konkreten Themenbereich X? Können sie Sachsituationen angemessen in Mathematik übersetzen?“ Entscheidend ist also die Spezifität der rückgemeldeten Information für die Gestaltung weiterer Lernprozesse. Vorschläge bzw. bereits praktizierte Ansätze für eine Optimierung von Lernstandserhebungen beziehen sich daher beispielsweise (ergänzend zur Forderung der empirischen Abgesicherheit) auf folgende Aspekte:

- Fokussierung in der Erhebung auf wenige eingegrenzte aber zentrale Teilkompetenzen (z.B. Modellieren, Funktionen, Variablenverständnis) anstelle einer Erfassung einer pauschalen „mathematischen Kompetenz“.
- Ermittlung von Leistungsprofilen (vgl. Abschnitt 3, „Kompetenzstrukturmodelle“), also Schülergruppen mit spezifischen Stärken und Schwächen, so dass eine differenzierende Förderung in Angriff genommen werden kann.
- Verbindung von empirisch gemessenen Defiziten („gering ausgeprägte Fähigkeit im Umgang mit Brüchen“) mit Theorien zur Erklärung dieser Defizite („mangelnde Grundvorstellungen zum Bruch als Anteil“) und didaktischen Modellen zum Kompetenzerwerb („Aufbau von Grundvorstellungen durch längeres Verweilen bei vorstellungsaufbauenden Repräsentationen“).
- Kopplung der quantitativen Gruppendiagnose mit qualitativen Verfahren der Individualdiagnose, z.B. durch das Angebot von offenen Aufgaben zur Individualdiagnostik im Anschluss an die Lernstandserhebungen (Büchter & Leuders, 2005).
- Angebot von pragmatischen Modellen der Förderung in Bereichen mit unbefriedigenden Leistungen.

Ein Auszug aus einer solchen, allgemeine und fachspezifische Aspekte umfassenden Handreichung zu den Lernstandserhebungen in Luxemburg soll die vorgenannten Aspekte konkretisieren (Bertemes, Leuders & Schulz, 2006, unveröffentlicht).



### **Hinweise zum Umgang mit den Lernstandserhebungen**

Im Folgenden finden Sie einige konkrete Beispiele, wie Sie zentrale Lernstandserhebungen in der Schule konstruktiv nutzen können.

#### **Schritt 1: Zentrale Leistungsmessung**

*[in diesem Abschnitt wird erläutert, wie man die Rückmeldedaten lesen kann]*

#### **Schritt 2: Diagnose**

Sie haben Bereiche identifiziert, in denen ihre Klasse oder Ihre Schule besondere Schwierigkeiten hat (im Vergleich mit anderen Schulen oder Klassen oder auch im Vergleich zu Ihren Erwartungen). Anhand der Testdaten können sie allerdings keine Aussagen über die Ursachen dieser Schwierigkeiten treffen:

- Eine der Fragen entsprach nicht den vorhergegangenen Jahren behandelten Inhalten
- Sie haben das Thema zwar behandelt, aber erkennen nun, dass sie bestimmte Arten von Leistungen nicht im Blick hatten. Schülerinnen und Schüler haben zwar an der Oberfläche gewisse Techniken gelernt, aber kein sicheres Verständnis aufgebaut.
- Schüler haben die Aufgabe einfach falsch verstanden, weil sie durch den vorausgehenden Unterricht geschlossen haben, dass ein bestimmtes Lösungsverfahren erwartet wird.
- Schüler haben die Aufgabe nicht richtig verstanden, weil die Aufgabenstellung problematisch war.
- Schüler haben Schwierigkeiten, den Aufgabentext sinnentnehmend zu lesen. Vielleicht sind sie nicht hinreichend gewohnt, im Mathematikunterricht Texte durchdringen zu müssen, weil sie aus Aufgaben auch ohne Textverständnis die nötigen Daten entnehmen und kombinieren können.
- Schülerinnen und Schüler sind sehr unterschiedlich stark bei dieser Aufgabe, ein Teil der Klasse hat im fraglichen Bereich noch erhebliche Probleme. Diesem Teil der Schüler fehlen noch ganz grundlegende Kenntnisse, auf denen diese Aufgabe aufbaut.

Diese Aufzählung ist nur ein Ausschnitt all dessen, was hinter einer auffällig schlechten Leistung einer Klasse in einem Teilbereich stehen kann. Der zentrale Test kann hier keine Informationen liefern, sondern nur die Lehrkraft, die die Lerngeschichte und die Zusammensetzung ihrer Klasse kennt. Oft sind aber auch Ursachenanalysen wie die oben stehenden unbefriedigend und erscheinen als höchst unsichere Vermutungen. In diesem Fall müssen Sie an den Stellen, die Ihnen wichtig sind, tiefere Analysen vornehmen. Das kann auf verschiedene Weise geschehen:

- Sie lesen die Schülerlösungen zu den Aufgaben noch einmal durch. Bei vielen Aufgaben werden ja Erklärungen oder Rechenwege verlangt, die nicht in das Endergebnis eingehen, die aber viele hilfreiche Informationen über die Gründe für Lösungsschwierigkeiten liefern können.
- Sie befragen einzelne Schülerinnen und Schüler nach ihren Ideen und Problemen, die sie bei einer Aufgabenbearbeitung hatten.
- Sie stellen eine Aufgabe erneut und lösen Sie im Unterrichtsgespräch (was nur zu empfehlen ist, wenn beinahe *alle* Schülerinnen und Schüler Schwierigkeiten hatten. Sie sollten dann außerdem bewusst nicht die Stärkeren sondern mittlere und schwache Schüler aufrufen).
- Sie stellen eine analoge, aber offenere Aufgabe, bei der nicht nur die Lösung gefragt ist, sondern bei der Schüler möglichst umfassend ihren Lösungsweg und ihre Gedanken notieren sollen.

Sie können natürlich jedwede pragmatische Kombination solcher Vorgehensweisen entwickeln und nutzen.

### Schritt 3: Förderung

Die Art der Förderung hängt natürlich wesentlich von den Ergebnissen der Analyse und der zusätzlichen Diagnose ab. Sie können sich zur Planung der Förderung unter anderem die folgenden Fragen stellen:

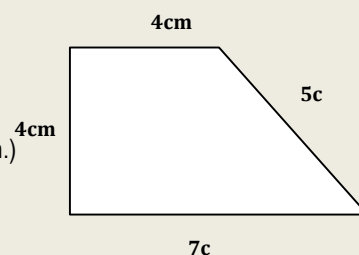
- Soll die ganze Klasse gefördert werden oder nur gezielt einzelne Schülerinnen und Schüler?
- Sind lediglich Fertigkeiten nicht hinreichend gut trainiert?
- Müssen gewisse Grundvorstellungen („Was ist ein Bruch?“) wieder aufgearbeitet werden?
- Haben die Schülerinnen und Schüler besonders Schwierigkeiten, an offene Aufgabenstellungen heranzugehen?

Welchen Weg Sie einschlagen, welche Schwerpunkte Sie setzen, kann natürlich nicht gleichsam automatisch durch zentrale Tests festgelegt werden. Die im Folgenden dargestellten Anregungen können daher nur exemplarisch aufzeigen, wie Sie von der Lernstandserhebung ausgehend Diagnose und Förderung betreiben können.

#### Beispiel 1:

Aufgabe aus den Lernstandserhebungen: Trapeze

- a) Berechne den Umfang des Trapezes: Ergebnis: \_\_\_\_\_ cm
- b) Berechne die Fläche des Trapezes. Ergebnis: \_\_\_\_\_ cm<sup>2</sup>
- c) Skizziere ein weiteres Trapez, das im Vergleich zum Trapez oben den doppelten Flächeninhalt hat. (Das Trapez muss nicht dieselbe Form haben.) Beschrifte die Seiten in deiner Skizze mit Größenangaben.



Auswertung - Diagnose - Förderung

#### Aufgabenteil a) – Benötigte Kompetenzen:

- Kenntnis des Begriffs „Umfang“ (in Abgrenzung z.B. von Fläche)
- Addition von ganzen Zahlen

**Auswertung der Lernstandserhebung:** Diese Aufgabe gehört zu den Grundfertigkeiten und sollte von allen Schülerinnen und Schülern gelöst werden. Sollte die Lösungshäufigkeit der Klasse unter 90% liegen, so sollte man näher in Augenschein nehmen, welche Schwierigkeiten die Schüler gehabt haben – z.B. durch Anschauen der Lösungswege, soweit solche erkennbar sind.

Mögliche / Typische Fehler:

- Es wurde versucht, eine Fläche zu berechnen
- Die Zahlen wurden auf eine willkürliche Weise miteinander verknüpft

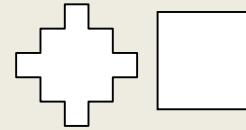
Beide Fehlertypen weisen darauf hin, dass die Begriffe „Umfang“ und „Fläche“ nicht verstanden werden bzw. nicht klar gegeneinander abgegrenzt sind. Die Schülerinnen und Schüler werden wahrscheinlich, wenn man ihnen ihren Fehler vor Augen führt, schnell den richtigen Weg einschlagen, dennoch bleibt anzunehmen, dass die Begriffe nicht wirklich gefestigt sind. Bei der nächsten Gelegenheit, zu der sie selbstständig diese Fähigkeit benötigen, werden sie weiterhin unsicher sein.

**Fördermöglichkeiten:** Die beiden Begriffe „Fläche“ (fachlich präziser: „Flächeninhalt“) und „Umfang“ sollten an einer gewissen Zahl von Beispielen gegeneinander abgegrenzt werden. Schülerinnen und Schüler sollten aktiv die Erfahrung machen, dass es sich bei den beiden Maßen um unabhängige und verschiedene Eigenschaften von Figuren handelt. Geeignete Aufgaben sind z.B.:

- (1) Zeichne möglichst viele verschiedene Rechtecke bei denen die Seiten die Länge 1cm, 2cm, 3cm, ...8cm haben.

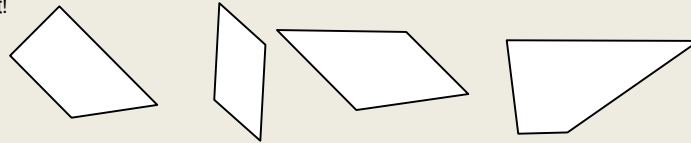
Bilde dann Gruppen:

- Alle Rechtecke, die den gleichen Umfang haben. Schreibe den jeweiligen Flächeninhalt dazu.
  - Alle Rechtecke, die den gleichen Flächeninhalt haben. Schreibe den jeweiligen Umfang dazu.
- (2) Zeichne ein Dreieck, ein Viereck (das kein Rechteck oder Quadrat ist), ein Rechteck, ein Quadrat und ein Fünfeck mit dem Umfang 20cm.  
 (3) Bestimme den Umfang und den Flächeninhalt dieser beiden Figuren.



**Aufgabenteil b) [...] – Mögliche (vertiefte) Diagnose:** Mit der folgenden Aufgabe können Sie herausfinden, wie sicher Schülerinnen und Schüler sind, ein Trapez zu identifizieren und die relevanten Größen für die Flächenberechnung zu bestimmen:

Versuche, den Flächeninhalt der Figuren mit Hilfe der Formel  $F = (a+b) \cdot h : 2$  zu bestimmen. Trage die nötigen Strecken  $a$ ,  $b$ ,  $h$  ein und beschrifte mit der gemessenen Länge. Hinweis: Versuche es zunächst mit den Figuren, die dir besonders einfach erscheinen. Es gibt auch Figuren, für die die Formel nicht funktioniert!



[...]

### 1.3 Standardumsetzung

Mit der bildungspolitisch erwünschten Orientierung der Lehrkräfte an Standards werden vielfältige Impulse gesetzt und Informationsbedürfnisse geweckt. Diese beziehen sich einerseits auf grundsätzliche Fragen des Umgangs mit Standards („An welcher Stelle spielen für meine Unterrichtsplanung Standards eine Rolle? Wie gehe ich mit Ergebnissen zentraler Leistungsmessung um?“). Andererseits entstehen bei Lehrkräften Fragen, die sich auf die Bedeutung von Standards für die konkrete Gestaltung von *Fachunterricht* beziehen (Schulz, 2010), wie z.B. diese:

- Wie sieht ein Mathematikunterricht aus, der sich an Kompetenzen orientiert? Mit welchen Aufgaben und Methoden kann ich diesen Unterricht gestalten?
- Was bedeutet insbesondere die „neuen“ prozessbezogenen Kompetenzen? Wie erwerben Schülerinnen und Schüler sie?
- Wie diagnostiziere ich den Leistungsstand meiner Schülerinnen und Schüler? Wie erhalte ich Informationen, die über die Klassenarbeiten und Vergleichsarbeiten hinausgehen?
- Wo liegen die zentralen Probleme im Verständnis? Welches sind die Ursachen dieser Probleme? Welche Möglichkeiten der Förderung habe ich?

Die Antworten – auch wenn sie mit dem Begriffsapparat der „Standards“ daherkommen – sind zum Teil altbekannt: *diagnostic teaching*, (Bell, 1983), forschend-entdeckendes Ler-

nen zur Förderung allgemeiner Kompetenzen (Winter, 1989), durchgehende Berücksichtigung von Grundvorstellungen auch in Klassenarbeiten (Prediger, 2009), produktives Üben zum Aufbau vernetzten Wissens (Wittmann, 1992; Leuders, 2005), fachspezifische Diagnose auch im Rahmen der üblichen Leistungsüberprüfung (Selter & Sundermann, 2006; Büchter & Leuders, 2008)

Eine systematische Evaluation der Fortbildungskonzepte in den Bundesländern steht zwar noch aus, doch lässt sich bereits jetzt feststellen, dass es keinen Ausbau des bisherigen Fortbildungsstrukturen zu flächendeckenden Angeboten gibt, die die vielfältigen Fortbildungsbedürfnisse befriedigen könnten. Die Lehrerfortbildung beharrt – mit Ausnahmen – im wesentlichen bei den „bewährten Strukturen“:

- Freiwillige Teilnahme an Fortbildungen, keine systematische Integration von Fortbildungen in die Dienstpflichten der Lehrkräfte,
- Multiplikatorensysteme und schulinterne Fortbildungskonzepte, die im Wesentlichen erreichen, dass engagierte Lehrkräfte einmalig an „Implementationsveranstaltungen“ teilnehmen können.
- Modellversuche und Leuchtturmprojekte, in denen die kontinuierliche, fokussierte und kooperative Unterrichtsentwicklung stattfindet, die aber nur eine eng umrissene Gruppe von Schulen und Lehrkräften erreichen.

Weder ist zu erkennen, dass der Weiterbildung zusätzliche Ressourcen zufließen, noch findet man flächendeckende Konzepte, die die bekannten Kriterien nachhaltiger Fortbildung erfüllen. Lipowsky (2010) stellt in seinem Review über die empirische Befundlage zur Effektivität von Fortbildungskonzepten fest, dass sich

*erfolgreiche und wirksame Fortbildungen durch einen eher engen fachdidaktischen Fokus auszeichnen, der das Lernen und die Lernprozesse der Schüler/innen, ihre fachbezogenen Konzepte, Vorstellungen, Denkweisen und auch Misskonzepte in den Vordergrund rückt und hierdurch das fachdidaktische und diagnostische Wissen der Lehrpersonen vertieft. [...] Fortbildungen sind offenbar insbesondere dann veränderungswirksam, wenn es zu Dissonanzen zwischen den eigenen Erwartungen und Überzeugungen auf der einen Seite und der eigenen unterrichtlichen Praxis bzw. deren Wirkungen auf die Schüler/innen auf der anderen Seite kommt. [...] Zahlreiche wirksame Fortbildungen zeichnen sich durch eine Kombination aus Reflexions- und handlungspraktischen Erprobungsphasen aus. Eine Reihe wirksamer Fortbildungen nutzt Schülerdaten, um das fachdidaktische und diagnostische Wissen von Lehrpersonen weiterzuentwickeln, wobei die Lehrpersonen bei der Interpretation der Daten jedoch nicht sich selbst überlassen sind, sondern von wissenschaftlicher Seite begleitet werden.“*

Diese Metaanalyse weist darauf hin, wie bedeutsam fachbezogene Aspekte hinsichtlich des Erfolgs von Lehrerfortbildung sind.

#### 1.4 Fazit

Altrichter (2010) fasst das Paradoxe des aktuellen Paradigmenwechsels mit folgenden Worten zusammen: *„Eine Politik, die aus einem Zweifel an der professionellen Selbstentwicklungsfähigkeit der Lehrpersonen und Schulen entstanden ist, appelliert an die Professionalität des schulischen Personals, aus Datenrückmeldung Konsequenzen der Qualitätsentwicklung zu ziehen. Gerade im letzten Punkt scheint das Grunddilemma dieser Politik zu liegen: Wenn die Nutzung von Lernstandserhebungen einen (kompetenzorientierten) „Paradigmenwechsel“ im Lehrerhandeln, wenn sie eine „neue Professionalität“ erfordert, dann setzt das Steuerungsinstrument Datenfeedback gerade das voraus, in dessen Richtung es „steuern“ soll.“*. Dieses Problem wird umso virulenter, als alle Analysen zum Lehrerhandeln bezogen auf die Standards darauf hinweisen, dass Lehrkräfte *nicht* per se in der Lage sind, die Impulse, die in Bildungsstandards und Verfahren der vergleichenden Leistungsmessung prinzipiell enthalten sind, produktiv in Prozesse der Unterrichtsgestaltung umzuwandeln – eine Tatsache, die inzwischen plastisch auch als „Rückverflüssigungsproblem“ bezeichnet wird (Oelkers & Reusser, 2008).

## **2 Kompetenzen erfassen – empirische Kompetenzmodellierung aus fachdidaktischer und psychometrischer Sicht**

Die Notwendigkeit, Kompetenzen nicht nur zu definieren sondern auch empirisch valide zu erfassen, hat in den letzten Jahren zu einer Intensivierung der Arbeiten in der psychometrischen Modellierung von Kompetenzen in den verschiedenen Domänen schulischen Wissens geführt (Klieme & Leutner, 2006; Hartig, Klieme & Leutner, 2008). Solche Arbeiten werden als die Vorbedingung sowohl für eine empiriebasierte Schulentwicklung als auch der empirischen Fundierung der Fachdidaktiken angesehen. Dabei stellt sich insbesondere die Frage, inwieweit solche Kompetenzmodelle in der Lage sind, nicht nur Indizes für Leis-

tungsvergleiche zwischen Gruppen (Klassen, Schulen und Ländern) bereitzustellen, sondern auch kognitive Strukturen und kognitive Prozesse bei Lernenden abzubilden.

**Kompetenzskalen:** Das wohl gängigste und einflussreichste Verfahren für die Modellierung von Kompetenzen ist die in *large scale assessments* wie PISA und TIMSS verwendete Erfassung von domänenspezifischen Kompetenzen über eindimensionale, kontinuierliche Leistungsskalen (Baumert, Bos & Lehmann, 2000; Prenzel et al., 2008) in Form von Rasch-Modellen. Um die so gemessenen Leistungsunterschiede interpretierbar zu machen, greift man auf die Eigenschaft der Raschskala zurück, dass die latente Leistungsvariable der Probanden und die Schwierigkeitsvariable der Items auf einer gemeinsamen Skala liegen. So kann man die Fähigkeiten einer Probandengruppe durch die Anforderungen der von ihnen potentiell bewältigbaren Aufgabengruppe beschreiben. Mathematische Kompetenz wird als kontinuierliche latente Fähigkeitsvariable modelliert. Immer wieder umstritten ist dabei, welche Rolle Aufgaben spielen, deren Lösungsdaten mit einer solchen Skala nicht konform sind. Sollen sie aus dem Test zugunsten einer Optimierung der Messqualität entfernt werden oder liefern sie wichtige Informationen über die Mehrdimensionalität von Mathematikleistungen?

**Kompetenzstufen:** Oft greift man noch zum so genannten „scale anchoring“ (Beaton & Allen, 1992), bei dem man durch eine post-hoc Interpretation der hinter einer Aufgabengruppe liegenden idealen Lösungsprozesse eine Beschreibung für so genannte „Kompetenzstufen“ erhält. Die Validität dieses Verfahrens steht aber von Beginn an in der Kritik: (1) Es besteht Unklarheit über die Stabilität und daher die Validität der cut-points zwischen den Stufen, welche durch Expertenbefragung gewonnen wird. Es liegt kein vorab formuliertes Modell von gestufter Kompetenz zugrunde, das einer empirischen Überprüfung unterzogen werden könnte. Auch gegenüber der Anwendung einer solchen „interpretierten Skala“ als Feedbackinstrument für die zentrale Leistungsmessung (wie z.B. bei Reiss & Winkelmann, 2008) besteht Skepsis: Die Nützlichkeit einer vereinfachenden Einordnung von Schülerinnen und Schüler in eine Kompetenzstufe scheint zurzeit weder für die Selbsteinschätzung der Lernenden noch für die Unterrichtsentwicklung durch die Lehrpersonen tragende Funktion zu entwickeln (Hosenfeld et al., 2006; Schulz, 2010).

Kognitionspsychologische Forschung zur begrifflichen Entwicklung und zum begrifflichen Wandel (conceptual change) hat für verschiedene Domänen theoretische und empirische

Grundlagen für Kompetenzstruktur- bzw. -entwicklungsmodelle geliefert (Vosniadou & Brewer, 1992; Vosniadou & Verschaffel, 2004). Auf dieser Basis können Kompetenzstrukturmodelle entwickelt werden, die u.a. Annahmen über das gemeinsame Auftreten von verschiedenen Fehlvorstellungen (z.B. im Rahmen einer intuitiven Theorie) enthalten, sowie Kompetenzentwicklungsmodelle, die Annahmen über distinkte Schritte oder Stufen auf dem Weg zu einem wissenschaftlichen adäquaten Verständnis einer Domäne enthalten. Bisher stehen Bemühungen, theoriegeleitet psychometrische Modelle der Kompetenzentwicklung zu erstellen und zu überprüfen, aber immer noch am Anfang (z.B. Wilson, 2005).

**Kompetenzstrukturmodelle:** Erkennt man an, dass die beim Versuch der Konstruktion eindimensionaler Skalen auftretende Diskrepanzen ein Indiz für differenziertere Kompetenzstrukturen sind, so legt dies den Versuch nahe, solche Strukturen auch theoretisch zu modellieren und empirisch zu überprüfen. Einen solchen Ansatz verfolgen z.B. Bayrhuber, Leuders, Bruder et al. (2010): Innerhalb eines engen Fokus auf den Bereich des elementaren Problemlösens mit Funktionen wird untersucht, inwiefern unterschiedlichen externen Repräsentationen von Funktionen (Graph, Tabelle, Situation) und die Übersetzungsprozesse zwischen ihnen, in einem mehrdimensionalen Kompetenzmodell (einer Art Faktorenmodell) abbildbar sind. In der Tat stellt sich heraus, dass ein vierdimensionales Raschmodell, das die verschiedenen Übersetzungen zwischen Situation, Tabelle und Graph modelliert, die empirischen Daten einer Querschnittserhebung in Klasse 7 und 8 am besten wiedergibt. Die hier gewählten Kompetenzdimensionen repräsentieren kognitive Prozesse (z.B. Übersetzen zwischen Eigenschaften funktionaler Graphen und der durch sie repräsentierten Situationen) und liegen offenbar bei Probandengruppen in unterschiedlicher Ausprägung vor. Dennoch ist festzustellen, dass trotz des relativ engen Fokus immer noch ganze Bündel kognitiver Prozesse untrennbar voneinander erfasst werden.

So genannte „kognitive Diagnosemodelle“ gehen noch einen Schritt weiter: Sie postulieren vorab den Zusammenhang von gewissen kognitiv interpretierbaren Teilprozessen, insbesondere können sie kompensatorische und nicht-kompensatorische Aspekte des logischen Zusammenhangs der untersuchten Fähigkeit abbilden (Hartig, 2008). Die Erfahrungen mit solchen Modellen sind allerdings noch begrenzt. Die Ergebnisse hängen stark von der kognitiven Validität des postulierten Modells ab. So erfassen Kunina, Rupp, Wilhelm et al. (2010) beispielsweise arithmetischen Kompetenzen von Grundschülerinnen und -schülern

mit Items zu den Grundrechenarten. Die Ergebnisse zeigen, dass allenfalls zwischen „Punktrechen“ und „Strichrechen“-kompetenz unterschieden werden kann. Dabei bleibt es fraglich, ob diese Trennung nicht allein durch die curriculare Chronologie induziert ist. Die von der fachdidaktischen Forschung der letzten Jahrzehnte zu Tage geförderten Analysen von Rechenstrategien von Schülerinnen und Schülern legen nahe, dass es eher einer Ausdifferenzierung nach typischen Rechenstrategien (z.B. Subtrahieren durch Ergänzen, Rechnen bis zum nächsten Zehner, usw.) bedarf.

Trotz der bislang nur begrenzten Ergebnisse kann man hier – vor allem in der Zusammenarbeit von psychometrischer Methodenentwicklung und fachdidaktischer Erforschung kognitiver Prozesse – eine Chance für die Entwicklung empirisch tragfähiger Kompetenzstrukturmodelle erkennen.

### ***3 Nachbetrachtung***

Eine Analyse wie die vorstehende stützt sich zwar auf Fakten und empirische Befunde, muss aber in ihrer Wertung immer subjektiv bleiben. Als Autor hatte ich das Glück, in die geschilderten Prozesse und Unternehmungen aus unterschiedlicher Perspektive auf vielfältige Weise persönlich eingebunden zu sein. Als Referent der nordrhein-westfälischen Schulbehörden habe ich standardorientierte Kerncurricula und zentrale Vergleichsarbeiten entwickeln und implementieren und dabei die Herausforderungen eines solchen Unternehmens erleben können. Als Wissenschaftler bin ich in Zusammenarbeit von Fachdidaktik und Psychometrie an der Grundlagenforschung in der Kompetenzerfassung beteiligt (Klieme & Leutner, 2006). Als Lehrerbildner schließlich hatte ich das Privileg an der Arbeitsgruppe der GDM/DMV/MNU zur Formulierung der Empfehlungen der fachdidaktischen Standards für die Mathematiklehrerbildung mitzuwirken. In diesem Rahmen habe ich ganz besonders die Zusammenarbeit mit Hans-Dieter Rinkens schätzen gelernt. Über die Auswirkungen von Standards in der Mathematiklehrerbildung wird an anderer Stelle zu berichten sein.



## *Literatur*

- Altrichter, H. (2010). Schul- und Unterrichtsentwicklung durch Datenrückmeldung. In: Herbert Altrichter und Katharina Maag Merki (Hrsg.): Handbuch Neue Steuerung im Schulsystem. Wiesbaden: Verlag für Sozialwissenschaften 2010, S. 219 – 254.
- Baden-Württemberg (2004) [Ministerium für Kultus, Jugend und Sport Baden-Württemberg]: Bildungspläne für die Realschule. Online: [www.schule-bw.de/entwicklung/bistand/](http://www.schule-bw.de/entwicklung/bistand/) [1.10.2010].
- Baumert, J., Bos, W., Lehmann, R. (Hrsg.) (2000). TIMSS/III: Dritte Internationale Mathematik- und Naturwissenschaftsstudie - Mathematische und naturwissenschaftliche Bildung am Ende der Schullaufbahn. Opladen
- Baumert, J., Klieme, E., Neubrand, M., Prenzel, M., Schiefele, U. et al. (2001): PISA 2000. Basiskompetenzen von Schülerinnen und Schülern im internationalen Vergleich. Opladen: Leske & Budrich.
- Bayrhuber, M., Leuders, T., Bruder, R., Wirtz, M. (2010). Repräsentationswechsel beim Umgang mit Funktionen – Identifikation von Kompetenzprofilen auf der Basis eines Kompetenzstrukturmodells. Projekt HEUREKO. In: Klieme, E.; Leutner, D., Kenk, M. (Hrsg): Kompetenzmodellierung. Zwischenbilanz des DFG- Schwerpunktprogramms und Perspektiven des Forschungsansatzes. Weinheim; Basel : Beltz 2010, S. 28-39. (Zeitschrift für Pädagogik, Beiheft; 56)
- Beaton, E. & Allen, N. (1992). Interpreting scales through scale anchoring. *Journal of Educational Statistics*, 17, 191–204.
- Bell, A. (1983). Diagnostic teaching. The design of teaching using research on understanding, in: *ZDM* 15(2), S. 83 – 89.
- Bertemes, J., Leuders, T., Schulz, A. (2006). Hinweise für Lehrkräfte zum Umgang mit zentralen Lernstandserhebungen (unveröffentlicht).
- Blum, W., Drüke-Noe, K., Hartung, R., Köller, O. (Hrsg.). (2006). Bildungsstandards Mathematik konkret. Sekundarstufe I: Aufgabenbeispiele, Unterrichtsideen und Fortbildungsmöglichkeiten. Berlin: Cornelsen Scriptor
- Bonsen, M. & Gathen, J. (2004). Schulentwicklung und Testdaten — die innerschulische Verarbeitung von Leistungsrückmeldungen. In: Holtappels, Heinz Günter; Klemm, Klaus; Pfeiffer, Hermann; Rolff, Hans-Günter; Schulz-Zander, Renate (Hg.): *Jahrbuch der Schulentwicklung* 13. Daten, Beispiele und Perspektiven. Weinheim, München: Juventa (13), S. 225–252.
- Büchter, A. & Leuders, T. (2005). Zentrale Tests und Unterrichtsentwicklung: Mit guten Aufgaben und gehaltvollen Rückmeldungen kein Widerspruch! *Zeitschrift Pädagogik*, 5 (57), 14-18. Thementeil "Test und Unterrichtsqualität"
- Büchter, A. & Leuders, T. (2008). Leistungen verstehensorientiert überprüfen. Gute Aufgaben für Klassenarbeiten entwickeln. In: Bruder, Regina; Büchter, Andreas; Leuders, T. (Hg.): *Mathematikunterricht entwickeln*. Berlin: Cornelsen Scriptor, S. 149–184.
- Chomsky, N. (1957). *Syntactic structures*. Grevenhage: Mouton.
- Fleischer, J., Leutner, D., Wirth, J. et al. (Hg.) (2005). Lernstandserhebungen der neunten Jahrgangsstufe in Nordrhein-Westfalen – Entwicklungsstand und Perspektiven. Vortrag gehalten auf der 66. Tagung der Arbeitsgruppe Empirisch-Pädagogischer Forschung (AEPF). Berlin.

- Hartig, J. (2008). Psychometric Models for the Assessment of Competencies. In: Hartig, J., Klieme, E. & Leutner, D. (Eds.). *Assessment of competencies in educational contexts*. Göttingen: Hogrefe
- Hartig, J., Klieme, E. & Leutner, D. (Hrsg.) (2008). *Assessment of competencies in educational contexts*. Cambridge, Mass. u.a.: Hogrefe
- Heymann, H. -W. (1996). *Allgemeinbildung und Mathematik*. Weinheim: Beltz.
- Hosenfeld, I., Groß Ophoff, J. & Bittins, P. (2006). Vergleichsarbeiten und Schulentwicklung. In: *Schulmanagement-Handbuch*, Nr. 118; 25, S. 3-110.
- Ingenkamp, K. (1989). *Diagnostik in der Schule. Beiträge zu Schlüsselfragen der Schülerbeurteilung*: Beltz.
- Jahnke, T. & Meyerhöfer, W. (Hrsg.) (2007). *PISA & Co. Kritik eines Programms*. Hildesheim u.a.: Franzbecker (2. Auflage)
- Klieme, E. & Rakoczy, K. (2008). Empirische Unterrichtsforschung und Fachdidaktik. *Zeitschrift für Pädagogik*, 54 (2), 222-237.
- Klieme, E., Avenarius, H., Blum, W. et al. (2007). *Expertise. Zur Entwicklung nationaler Bildungsstandards*. (BMBF, Hrsg.). Berlin.
- Klieme, E. & Leutner, D. (2006). Kompetenzmodelle zur Erfassung individueller Lernergebnisse und zur Bilanzierung von Bildungsprozessen. Beschreibung eines neu eingerichteten Schwerpunktprogramms der DFG. In: *Zeitschrift für Pädagogik* 52. S. 876–903
- KMK. (2003). *Beschlüsse der Kultusministerkonferenz: Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss*: Luchterhand. Verfügbar unter: [http://www.kmk.org/fileadmin/doc/Bildung/IVA/IVABeschluesse/Bildungsstandards/103-1\\_MSA-Mathe.pdf](http://www.kmk.org/fileadmin/doc/Bildung/IVA/IVABeschluesse/Bildungsstandards/103-1_MSA-Mathe.pdf) [7.7.2009].
- Kühle, B. & Peek, R. (2007). Lernstandserhebungen in Nordrhein-Westfalen.: Evaluationsbefunde zur Rezeption und zum Umgang mit Ergebnismeldungen in Schulen. *Empirische Pädagogik*, 21 (4), 428-447.
- Kunina-Habenicht, O., Wilhelm, O., Matthes, F. & Rupp, A.A. (2010). Kognitive Diagnosemodelle: Theoretisches Potential und methodische Probleme. 56. Beiheft der *Zeitschrift für Pädagogik*, Weinheim u.a.: Beltz
- Leuders, T. (2005): Intelligentes Üben selbst gestalten! - Erfahrungen aus dem Mathematikunterricht. In: *Pädagogik*, H. 11/05, S. 29–32
- Leuders, T., Barzel, B. & Hußmann, S. (2005). Outcome standards and core curricula: a new orientation for mathematics teachers in Germany. In: *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik (ZDM)*, Jg. 37, H. 4, S. 275–286.
- Leutner, D., Fleischer, J., Spoden, C. & Wirth, J. (2007). Landesweite Lernstandserhebungen zwischen Bildungsmonitoring und Individualdiagnostik. *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft*, 10 (8), 149-167.
- Lipowsky, F. (2010). Lernen im Beruf – Empirische Befunde zur Wirksamkeit von Lehrerfortbildung. In Müller, F., Eichenberger, A., Lüders, M. & Mayr, J. (Hrsg.), *Lehrerinnen und Lehrer lernen – Konzepte und Befunde zur Lehrerfortbildung* (S. 51-72). Münster: Waxmann.
- Luxembourg (2006) [Le Gouvernement du Grand-Duché de Luxembourg. Ministère de l'Éducation nationale et de la Formation professionnelle] *Mathematik: Kompetenzorientierte Bildungsstandards*. Luxembourg (online bei: [www.men.public.lu](http://www.men.public.lu))

- NCTM (2000) [National Council of Teachers of Mathematics]: Principles and Standards for school mathematics. Reston, Virginia.
- Neubrand, M. (2004): „Mathematical literacy“ und „mathematische Grundbildung“. Der mathematikdidaktische Diskurs und die Strukturierung des PISA-Tests. In: Neubrand, Michael (Hg.): Mathematische Kompetenzen von Schülerinnen und Schülern in Deutschland. Vertiefende Analysen im Rahmen von PISA 2000. Wiesbaden: Verlag für Sozialwissenschaften, S. 15–29.
- Oelkers, J., Reusser K. (2008). Qualität entwickeln - Standards sichern – mit Differenzen umgehen (Bundesministerium für Bildung und Forschung (BMBF, Hrsg.) (Bildungsforschung Band 27). Bonn, Berlin
- Peek, R., Pallack, A., Dobbstein, P., Leutner, D. & Fleischer J. (2006). Lernstandserhebungen 2004 in Nordrhein-Westfalen - zentrale Testergebnisse und Perspektiven für die Schul- und Unterrichtsentwicklung. In: Eder E., Gastager A. & Hofmann, F. (Hrsg.). *Qualität durch Standards. Beiträge zum Schwerpunktthema der 67. Tagung der AEPF*. Münster: Waxmann Verlag, S.219-233
- Prediger, Susanne (2009): Verstehen durch Vorstellen. Inhaltliches Denken von der Begriffsbildung bis zur Klassenarbeit und darüber hinaus. In: Leuders, T., Hefendehl-Hebeker, L. & Weigand, H. (Hrsg.): *Mathemagische Momente*, Cornelsen, Berlin, 166-175.
- Prenzel, M., Artelt, C., Baumert, J., Blum, W., Hammann, M.; Klieme, E. & Pekrun, R. (Hrsg.). (2008). PISA 2006 in Deutschland. Die Kompetenzen der Jugendlichen im dritten Ländervergleich. Münster: Waxmann
- Ravitch, D. (1995). National standards in American education: A citizen's guide. Washington, DC: Brookings Inst. Press.
- Reiss, K. & Winkelmann, H. (2008). Step by step. Ein Kompetenzstufenmodell für das Fach Mathematik. *Grundschule*, 40(10), S. 18-21
- Reiss, K. (2004): Bildungsstandards und die Rolle der Fachdidaktik am Beispiel der Mathematik. In: *Zeitschrift für Pädagogik*, Jg. 50, H. 5, S. 635–649.
- Schulz, A. (2010). Ergebnisorientierung als Chance für den Mathematikunterricht? Innovationsprozesse qualitativ und quantitativ erfassen. München: Utz-Verlag
- Selter, Ch. & Sundermann, B. (2006). Beurteilen und Fördern im Mathematikunterricht. Berlin: Cornelsen Scriptor.
- Vosniadou, S. & Brewer, W.F. (1992). Mental models of the earth: A study of conceptual change in childhood. *Cognitive Psychology*, 24, 535-585
- Vosniadou, S. & Verschaffel, L. (2004). Extending the Conceptual Change Approach to Mathematics Learning and Teaching. In L., Verschaffel and S. Vosniadou (Guest Editors), *Conceptual Change in Mathematics Learning and Teaching*, Special Issue of *Learning and Instruction*, 14, 5, S. 445-451
- Weinert, F. E. (2001a). Vergleichende Leistungsmessung in Schulen - eine umstrittene Selbstverständlichkeit. In F. E. Weinert (Hrsg.), *Leistungsmessungen in Schulen*. S. 17–31b. Weinheim und Basel: Beltz.
- Weinert, F. E. (2001b). Concept of Competence: A Conceptual Clarification. In: D. Rychen & L. Salganik (Hrsg.), *Defining and selecting key competencies*. S. 45–66. Seattle: Hogrefe & Huber.
- Wilson, M. (2005). *Constructing Measures: An Item Response Modeling Approach*. Mahwah, New Jersey: Erlbaum.

- Winter, H. (1989). Entdeckendes Lernen im Mathematikunterricht. Braunschweig: Vieweg.
- Winter, H. (1995). Mathematikunterricht und Allgemeinbildung. *Mitteilungen der GDM* (61), 37-46.
- Wittmann, E. (1992). Wider die Flut der bunten Hunde und der grauen Päckchen: Die Konzeption des aktiv-entdeckenden Lernens und produktiven Übens. In: Müller, G., Wittmann, E. (Hrsg.): *Handbuch produktiver Rechenübungen*. Stuttgart, Düsseldorf, Berlin, Leipzig: Klett (1 & 2), S. 152–166.